

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.



COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

PUBLIÉS,

CONFORMÉMENT A UNE DÉCISION DE L'ACADÉMIE

EN DATE DU 13 JUILLET 1835,

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME DEUX-CENTIÈME.

JANVIER — JUIN 1935.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1935

ÉTAT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

AU 1er JANVIER 1935

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie.*

Messieurs :

HADAMARD (*Jacques*-Salomon), O. ✻.
GOURSAT (*Édouard*-Jean-Baptiste), C. ✻.
BOREL (Félix-Édouard-Justin-*Émile*), O. ✻.
LEBESGUE (*Henri*-Léon), O. ✻.
CARTAN (*Élie*-Joseph), O. ✻.
JULIA (*Gaston*-Maurice), C. ✻.

SECTION II. — *Mécanique.*

LECORNU (*Léon*-François-Alfred), C. ✻.
DRACH (*Jules*), O. ✻.
JOUGUET (Jacques-Charles-*Émile*), O. ✻.
VILLAT (*Henri*-René-Pierre), ✻.
BROGLIE (*Louis*-Victor-Pierre-Raymond, prince DE), ✻.
CAQUOT (*Albert*-Irénée), G. O. ✻.

SECTION III. — *Astronomie.*

DESLANDRES (*Henri*-Alexandre), C. ✻.
HAMY (*Maurice*-Théodore-Adolphe), O. ✻.
ESCLANGON (*Ernest*-Benjamin), O. ✻.
MAURAIN (*Charles*), O. ✻.
LA BAUME PLUVINEL (Eugène-*Aymar*, comte DE), ✻.
....

SECTION IV. — *Géographie et Navigation.*

Messieurs :

LALLEMAND (Jean-Pierre, dit *Charles*), C. ✻.
BOURGEOIS (Joseph-Émile-*Robert*), G. C. ✻.
FICHOT (Lazare-*Eugène*), G. O. ✻.
PERRIER (Antoine-François-Jacques-Justin-*Georges*), G. O. ✻.
TILHO (*Jean*-Auguste-Marie), C. ✻.
. . . .

SECTION V. — *Physique générale.*

BRANLY (*Édouard*-Eugène-Désiré), G. O. ✻.
BRILLOUIN (Louis-*Marcel*), O. ✻.
PERRIN (*Jean*-Baptiste), C. ✻.
COTTON (*Aimé*-Auguste), O. ✻.
FABRY (Marie-Paul-Auguste-*Charles*), O. ✻.
LANGEVIN (*Paul*), C. ✻.

SCIENCES PHYSIQUES.

SECTION VI. — *Chimie.*

LE CHATELIER (*Henry*-Louis), G. O. ✻.
BÉHAL (*Auguste*), G. O. ✻.
URBAIN (*Georges*), C. ✻.
BERTRAND (*Gabriel*-Émile), C. ✻.
DELÉPINE (Stéphane-*Marcel*), O. ✻.
LESPIEAU (Pierre-Léon-*Robert*), O. ✻.

SECTION VII. — *Minéralogie.*

BARROIS (*Charles*-Eugène), C. ✻.
DOUVILLÉ (Joseph-*Henri*-Ferdinand), C. ✻.
WALLERANT (*Frédéric*-Félix-Auguste), O. ✻.
LAUNAY (*Louis*-Auguste-Alphonse DE), C. ✻.
CAYEUX (*Lucien*), O. ✻.
JACOB (*Charles*-François-Étienne), ✻.

Section VIII. — *Botanique.*

Messieurs :

MANGIN (*Louis*-Alexandre), G. O. ✻.
COSTANTIN (*Julien*-Noël), O. ✻.
DANGEARD (*Pierre-Augustin*-Clément), O. ✻.
MOLLIARD (*Marin*), O. ✻.
BLARINGHEM (*Louis*-Florimond), ✻.
....

Section IX. — *Économie rurale.*

LECLAINCHE (Auguste-Louis-*Emmanuel*), G. O. ✻.
VIALA (*Pierre*), C. ✻.
LAPICQUE (*Louis*-Édouard), C. ✻.
FOSSE (*Richard*-Jules), ✻.
SCHRIBAUX (Pierre-*Émile*-Laurent), C. ✻.
MOUSSU (Auguste-Léopold, dit *Gustave*), O. ✻.

Section X. — *Anatomie et Zoologie.*

BOUVIER (*Louis*-Eugène), C. ✻.
MARCHAL (*Paul*-Alfred), C. ✻.
JOUBIN (*Louis*-Marie-Adolphe-Olivier-Edouard), C. ✻.
MESNIL (*Félix*-Étienne-Pierre), O. ✻.
GRAVIER (*Charles*-Joseph), O. ✻.
CAULLERY (*Maurice*-Jules-Gaston-Corneille), O. ✻.

Section XI. — *Médecine et Chirurgie.*

ARSONVAL (Jacques-*Arsène* D'), G. C. ✻.
RICHET (Robert-*Charles*), G. O. ✻.
VINCENT (Jean-*Hyacinthe*), G. C. ✻.
ACHARD (Émile-*Charles*), C. ✻.
GOSSET (*Antonin*-Louis-Charles-Sébastien), G. O. ✻.
FAURE (*Jean-Louis*), C. ✻.

SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

Messieurs :

PICARD (Charles-*Émile*), G. C. ✻, pour les sciences mathématiques.

LACROIX (François-Antoine-*Alfred*), C. ✻, pour les sciences physiques.

ACADÉMICIENS LIBRES.

BLONDEL (*André*-Eugène), C. ✻.
JANET (*Paul*-André-Marie), C. ✻.
BRETON (*Jules-Louis*), ✻.
OCAGNE (Philibert-*Maurice* D'), C. ✻.
BROGLIE (Louis-César-Victor-*Maurice*, duc DE), O. ✻.
DESGREZ (*Alexandre*), O. ✻.
SÉJOURNÉ (Aignan-*Paul*-Marie-Joseph), G. O. ✻.
CHARCOT (*Jean*-Baptiste-Étienne-Auguste), G. O. ✻.
HELBRONNER (*Paul*), O. ✻.
GRAMONT (*Armand*-Antoine-Auguste-Agénor, duc DE), O. ✻.

MEMBRES NON RÉSIDANTS.

SABATIER (*Paul*), G. O. ✻, à Toulouse.
FLAHAULT (*Charles*-Henri-Marie), O. ✻, à Montpellier.
GRIGNARD (François-Auguste-*Victor*), C. ✻, à Lyon.
WEISS (*Pierre*-Ernest), O. ✻, à Strasbourg.
NICOLLE (*Charles*-Jules-Henri), C. ✻, à Tunis.
CUÉNOT (*Lucien*-Claude-Jules-Marie), ✻, à Nancy.

APPLICATIONS DE LA SCIENCE A L'INDUSTRIE.

CHARPY (Augustin-*Georges*-Albert), O. ✻, à Paris.
LUMIÈRE (*Louis*-Jean), C. ✻, à Neuilly-sur-Seine.
LAUBEUF (Alfred-*Maxime*), C. ✻, à Toulon.
CLAUDE (*Georges*), O. ✻, à Rueil (Seine-et-Oise).
GUILLET (*Léon*-Alexandre), C. ✻, à Paris.
REY (*Jean*-Alexandre), C. ✻, à Paris.

ASSOCIÉS ÉTRANGERS.

Messieurs :

VOLTERRA (*Vito*), G. O. ✻, à Rome.
HALE (*George* Ellery), à Pasadena (Californie).
THOMSON (Sir *Joseph* John), à Cambridge (Angleterre).
BRÖGGER (*Waldemar Christofer*), C. ✻, à Oslo.
BORDET (*Jules*-Jean-Baptiste-Vincent), G. O. ✻, à Bruxelles.
PATERNÒ DI SESSA (*Emanuele*), G. O. ✻, à Palerme.
WINOGRADSKY (*Serge*), à Brie-Comte-Robert (Seine-et-Marne).
TORRES QUEVEDO (*Leonardo*), C. ✻, à Madrid.
RUTHERFORD (Lord *Ernest*), à Cambridge (Angleterre).
WILSON (*Edmund Beecher*), à New York.
ZEEMAN (*Pieter*), à Amsterdam.
EINSTEIN (*Albert*), à Princeton (New Jersey).

CORRESPONDANTS.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie* (10).

HILBERT (*David*), à Göttingen.
LA VALLÉE POUSSIN (*Charles*-Jean-Gustave-Nicolas DE), O. ✻, à Louvain.
LARMOR (Sir *Joseph*), à Cambridge (Angleterre).
DICKSON (*Leonard Eugene*), à Chicago.
NÖRLUND (*Niels Erik*), ✻, à Copenhague.
BERNSTEIN (*Serge*), à Kharkow (Ukraine).
BIRKHOFF (*George* David), à Cambridge (Massachusetts).
CASTELNUOVO (*Guido*), à Rome.
FABRY (Charles-*Eugène*), ✻, à Marseille.
COTTON (*Émile*-Clément), ✻, à Grenoble.

Section II. — *Mécanique* (10).

Messieurs :

Levi-Civita (*Tullio*), à Rome.
Waddell (*John Alexander Low*), à New York.
Camichel (*Charles*-Moïse), o. ✻, à Toulouse.
Roy (*Louis*-Maurice), à Toulouse.
Auclair (Noël-Marie-*Joseph*), o. ✻, à Bellevue.
Stodola (*Aurel*), à Zurich.
Love (*Augustus Edward Hough*), à Oxford.
Haag (*Jules*), ✻, à Besançon.
Thiry (*René*-Paul-Eugène), ✻, à Strasbourg.
....

Section III. — *Astronomie* (10).

Dyson (Sir *Frank* Watson), à Greenwich.
Campbell (*William Wallace*), o. ✻, au Mount Hamilton (Californie).
Fabry (*Louis*), ✻, à Marseille.
Fowler (*Alfred*), à Londres.
Brown (*Ernest William*), à New Haven (Connecticut).
Picart (Théophile-*Luc*), o. ✻, à Bordeaux.
Stroobant (*Paul*-Henri), ✻, à Uccle.
Schlesinger (*Frank*), à New Haven (Connecticut).
....
....

Section IV. — *Géographie et Navigation* (10).

Hedin (*Sven* Anders), à Stockholm.
Bowie (*William*), à Washington.
Richard (*Jules*), o. ✻, à Monaco.
Schokalsky (*Jules*), ✻, à Leningrad.
Vanssay de Blavous (*Pierre*-Marie-Joseph-Félix-Antoine de), o. ✻, à Monaco.
Vening Meinesz (*Felix Andries*), à Amersfoort (Pays-Bas).
Binger (Louis-*Gustave*), g. o. ✻, à l'Isle-Adam (Seine-et-Oise).
....
....
....

SECTION V. — *Physique générale* (10).

Messieurs :

GUILLAUME (*Charles-Édouard*), C. ✻, à Sèvres.
MATHIAS (*Émile*-Ovide-Joseph), ✻, à Clermont-Ferrand.
BRAGG (Sir *William* Henry), à Londres.
MILLIKAN (*Robert Andrews*), à Pasadena (Californie).
GUYE (*Charles-Eugène*), ✻, à Genève.
TOWNSEND (*John* Sealy), ✻, à Oxford.
CABRERA (*Blas*), à Madrid.
GUTTON (*Camille*-Antoine-Marie), O. ✻, à Paris.
BUISSON (*Henri*-Auguste), O. ✻, à Marseille.
CABANNES (*Jean*), ✻, à Montpellier.

SCIENCES PHYSIQUES.

SECTION VI. — *Chimie* (10).

GUNTZ (*Antoine*-Nicolas), O. ✻, à Nancy.
WALDEN (*Paul*), à Rostock (Allemagne).
PICTET (*Amé*), O. ✻, à Genève.
RECOURA (*Albert*), O. ✻, à Grenoble.
SENDERENS (*Jean-Baptiste*), ✻, à Rabastens-de-Bigorre (Hautes-Pyrénées).
HADFIELD (Sir *Robert* Abbott), O. ✻, à Londres.
POPE (Sir *William* Jackson), à Cambridge (Angleterre).
PASCAL (*Paul*-Victor-Henri), ✻, à Paris.
SWARTS (*Frédéric*-Jean-Edmond), O. ✻, à Gand.
HOLLEMAN (*Arnold Frederik*), ✻, à Bloemendaal (Pays-Bas).

SECTION VII. — *Minéralogie* (10).

HEIM (*Albert*), à Zurich.
BIGOT (*Alexandre*-Pierre-Désiré), ✻, à Mathieu (Calvados).
LUGEON (*Maurice*), C. ✻, à Lausanne.

Messieurs :

MARGERIE (*Emmanuel*-Marie-Pierre-Martin JACQUIN DE), O. ✱, à Paris.
OSBORN (*Henry Fairfield*), à Garrisson (New York).
VERNADSKY (*Wladimir*), à Leningrad.
CESÁRO (*Giuseppe* Raimondo Pio), à Liége.
GIGNOUX (*Maurice*-Irenée-Maria), ✱, à Grenoble.
LERICHE (*Maurice*-Henri-Charles), ✱, à Uccle-Bruxelles.
. . . .

SECTION VIII. — *Botanique* (10).

DE VRIES (*Hugo*), à Lunteren (Pays-Bas).
SAUVAGEAU (*Camille*-François), ✱, à Bordeaux.
LECLERC DU SABLON (Albert-*Mathieu*), ✱, à Vénéjan (Gard).
JUMELLE (*Henri*-Lucien), ✱, à Marseille.
MAIRE (*René*-Charles-Joseph-Ernest), ✱, à Alger.
DANIEL (*Lucien*-Louis), ✱, à Rennes.
IKENO (*Seiitirô*), à Tokyo.
PERRIER DE LA BÂTHIE (*Henri*-Alfred-Joseph), ✱, à Saint-Pierre-d'Albigny, Savoie.
DEVAUX (*Henri*-Edgard), ✱, à Bordeaux.
. . . .

SECTION IX. — *Économie rurale* (10).

PERRONCITO (*Edoardo*), C. ✱, à Turin.
IMBEAUX (Charles-*Édouard*-Augustin), O. ✱, à Nancy.
RUSSELL (Sir Edward *John*), à Harpenden (Angleterre).
RAVAZ (Étienne-*Louis*), O. ✱, à Montpellier.
SERGENT (Étienne-Louis-Marie-*Edmond*), O. ✱, à Mustapha-Alger.
THEILER (Sir *Arnold*), à Weybridge (Angleterre).
LAGATU (*Henri*-Désiré), O. ✱, à Montpellier.
SMITH (*Theobald*), à Princeton (New Jersey).
MARCHAL (*Émile*-Jules-Joseph), à Gembloux (Belgique).
. . . .

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie* (10).

Messieurs :

BOULENGER (*George-Albert*), à Bruxelles.
BATAILLON (Jean-*Eugène*), O. ✱, à Montpellier.
VAYSSIÈRE (Jean-Baptiste-Marie-*Albert*), ✱, à Marseille.
LAMEERE (*Auguste*-Alfred-Lucien-Gaston), ✱, à Saint-Gilles-lez-Bruxelles.
LÉGER (*Louis*-Urbain-Eugène), O. ✱, à Grenoble.
PELSENEER (*Paul*), O. ✱, à Bruxelles.
MORGAN (*Thomas Hunt*), à Pasadena (Californie).
BOUIN (André-*Pol*), O. ✱, à Strasbourg.
GUYÉNOT (*Émile*-Louis-Charles), ✱, à Genève.
CHATTON (*Édouard*-Pierre-Léon), ✱, à Sète.

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie* (10).

PAVLOV (*Ivan* Petrovitch), à Leningrad.
YERSIN (*Alexandre*-John-Émile), C. ✱, à Nha-Trang (Annam).
WRIGHT (Sir *Almroth* Edward), à Londres.
SHERRINGTON (Sir *Charles* Scott), à Oxford.
FREDERICQ (*Léon*), à Liége.
FORGUE (*Émile*), C. ✱, à Paris.
CARREL (*Alexis*), C. ✱, à New York.
LUMIÈRE (*Auguste*-Marie-Louis-Nicolas), C. ✱, à Lyon.
FLEXNER (*Simon*), C. ✱, à New York.
SANARELLI (*Giuseppe*), G. O. ✱, à Rome.

COMPTES RENDUS
DES SÉANCES
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MERCREDI 2 JANVIER 1935 (¹).

PRÉSIDENCE DE M. P.-A. DANGEARD.

M. le **Secrétaire perpétuel**, au nom de M. **Émile Borel**, Président sortant, fait connaître à l'Académie l'état où se trouve l'impression des recueils qu'elle publie et les changements survenus parmi les Membres, les Associés étrangers et les Correspondants pendant le cours de l'année 1934.

État de l'impression des recueils de l'Académie au 1ᵉʳ janvier 1935

Comptes rendus des séances de l'Académie. — Les tomes 196 (1ᵉʳ semestre de l'année 1933) et 197 (2ᵉ semestre de l'année 1933) sont parus avec leurs tables et ont été mis en distribution.

Les numéros des 1ᵉʳ et 2ᵉ semestres de l'année 1934 sont parus, chaque semaine, avec la régularité habituelle. Les tables du 1ᵉʳ semestre sont sur le point de paraître.

Mémoires de l'Académie. — Le tome 61 est paru et a été mis en distribution.

Procès-verbaux des séances de l'Académie des Sciences, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août 1835.

Un volume de tables générales est en voie d'achèvement.

(¹) Cette séance remplace celle qui devait avoir lieu le lundi 31 décembre 1934.

Annuaire de l'Académie. — L'Annuaire pour 1935 est paru; il est mis en distribution au cours de la présente séance.

Membres décédés depuis le 1er janvier 1934.

Section de Mécanique. — M. **Paul Vieille**, le 15 janvier, à Paris.

Section d'Astronomie. — M. **Benjamin Baillaud**, le 8 juillet, à Toulouse.

Section de Géographie et Navigation. — M. **Ernest Fournier**, le 6 novembre, à Neuilly-sur-Seine.

Section de Physique générale. — M. **Paul Villard**, le 13 janvier, à Bayonne.

Section de Chimie. — M. **Camille Matignon**, le 18 mars, à Paris.

Section de Botanique. — M. **Henri Lecomte**, le 12 juin, à Paris.

Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Pierre Bazy**, le 22 janvier, à Paris.

Membres élus depuis le 1er janvier 1934.

Section de Géométrie. — M. **Gaston Julia**, le 5 mars, en remplacement de M. Paul Painlevé, décédé.

Section de Mécanique. — M. **Albert Caquot**, le 12 novembre, en remplacement de M. Paul Vieille, décédé.

Section de Physique générale. — M. **Paul Langevin**, le 25 juin, en remplacement de M. Paul Villard, décédé.

Section de Chimie. — M. **Robert Lespieau**, le 10 décembre, en remplacement de M. Camille Matignon, décédé.

Section d'Économie rurale. — M. **Émile Schribaux**, le 19 mars, en remplacement de M. Albert Calmette, décédé; M. **Gustave Moussu**, le 14 mai, en remplacement de M. Émile Roux, décédé.

Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Antonin Gosset**, le 22 janvier, en remplacement de M. Édouard Quénu, décédé; M. **Jean-Louis Faure**, le 11 juin, en remplacement de M. Pierre Bazy, décédé.

Membres à remplacer.

Section d'Astronomie. — M. **Benjamin Baillaud**, mort à Toulouse, le 8 juillet 1934.

Section de Géographie et Navigation. — M. **Ernest Fournier**, mort à Neuilly-sur-Seine, le 6 novembre 1934.

Section de Botanique. — M. **Henri Lecomte**, mort à Paris, le 12 juin 1934.

Correspondants décédés depuis le 1er janvier 1934.

Pour la Section d'Astronomie. — M. **François Gonnessiat**, le 17 octobre, à Alger; M. **Willem de Sitter**, le 20 novembre, à Leyde.

Pour la Section de Géographie et Navigation. — M. **William Morris Davis**, le 5 février, à Pasadena, États-Unis; le R. P. **Bonaventure Berloty**, le 10 octobre, à Ksara, Grand-Liban; M. **Adrien de Gerlache de Gomery**, le 4 décembre, à Bruxelles.

Pour la Section de Botanique. — M. **Dukinfield Henry Scott**, le 29 janvier, à Oakley, Angleterre; M. **Robert Chodat**, le 28 avril, à Pinchat, près Genève.

Pour la Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **Santiago Ramon Cajal**, le 17 octobre, à Madrid.

Pour la Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Jean Cantacuzène**, le 14 janvier, à Bucarest.

Correspondants élus depuis le 1er janvier 1934.

Pour la Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Giuseppe Sanarelli**, le 2 juillet, à Rome, en remplacement de M. **Jean Cantacuzène**, décédé.

Correspondants à remplacer.

Pour la Section de Mécanique. — M. **Magnus de Sparre**, mort à Lyon, le 27 février 1933.

Pour la Section d'Astronomie. — M. **François Gonnessiat**, mort à Alger, le 17 octobre 1934; M. **Willem de Sitter**, mort à Leyde, le 20 novembre 1934.

Pour la Section de Géographie et Navigation. — M. **William Morris Davis**, mort à Pasadena, États-Unis, le 5 février 1934; le R. P. **Bonaventure Berloty**, mort à Ksara, Grand-Liban, le 10 octobre 1934; M. **Adrien de Gerlache de Gomery**, mort à Bruxelles, le 4 décembre 1934.

Pour la Section de Minéralogie. — M. **Georges Friedel**, mort à Strasbourg, le 11 décembre 1933.

Pour la Section de Botanique. — M. **Robert Chodat**, mort à Pinchat, près Genève, le 28 avril 1934.

Pour la Section d'Économie rurale. — M. **Charles Porcher**, mort à Paris, le 24 décembre 1933.

Pour les Sections qui seront désignées par l'Académie :

A. — Le correspondant suivant pour la Section de Géométrie : M. **René Baire**, mort à Chambéry, le 5 juillet 1932.

B. — Le correspondant suivant pour la Section d'Anatomie et Zoologie : M. **Johannes Schmidt**, mort à Copenhague, le 21 février 1933.

C. — Le correspondant suivant pour la Section de Chimie : M. **Robert de Forcrand de Coiselet**, mort à Nice, le 20 avril 1933.

D. — Le correspondant suivant pour la Section de Physique générale : M. **Pieter Zeeman**, élu Associé étranger, le 19 juin 1933.

E. — Le correspondant suivant pour la Section de Botanique : M. **Dukinfield Henry Scott**, mort à Oakley, Angleterre, le 29 janvier 1934.

F. — Le correspondant suivant pour la Section d'Anatomie et Zoologie : M. **Santiago Ramon Cajal**, mort à Madrid, le 17 octobre 1934.

M. le **Secrétaire perpétuel** donne lecture de la Note suivante envoyée par M. **Émile Borel**, Président sortant, qui ne peut assister à la séance :

Mes chers Confrères,

Au terme d'une année qui a été, hélas, assombrie par trop de deuils, je tiens à vous remercier de l'honneur que vous m'avez fait en m'appelant à la vice-présidence, puis à la présidence de l'Académie. Je vous remercie également d'avoir facilité ma tâche; ces remerciements, qui s'adressent à tous, sont dus particulièrement aux Secrétaires perpétuels, dont le dévouement et la connaissance des règlements rendent aisé le fonctionnement du Bureau.

J'invite notre Président, M. Dangeard, à prendre possession du fauteuil de la Présidence et notre Vice-Président, M. Jean Perrin, à prendre place au Bureau.

M. **P.-A. Dangeard**, en prenant la Présidence, s'exprime en ces termes :

Votre nouveau Président, mes chers Confrères, à défaut des qualités qui donnaient à son prédécesseur une autorité à laquelle je ne saurais prétendre, vous apporte du moins sa bonne volonté, et un dévouement absolu à l'œuvre commune que nous poursuivons et à laquelle vous m'avez associé il y aura bientôt 18 ans.

Votre concours le plus actif sera nécessaire pour réussir dans les circonstances actuelles, au cours de la crise que traverse notre pays, à maintenir intactes les traditions et les prérogatives qui ont fait la force de notre Académie dans le passé, traditions et prérogatives qui ne sont en aucune façon incompatibles avec une évolution sage et prudente de nos institutions.

Ce qui doit me rassurer pleinement aujourd'hui, c'est de sentir à mes côtés nos deux Secrétaires perpétuels qui, depuis de longues années, consacrent tout leur temps à la bonne administration des intérêts moraux et matériels dont ils ont assumé la lourde charge : nous leur exprimons à nouveau notre gratitude.

D'autre part, je trouverai, j'en ai la certitude, une aide précieuse en notre Vice-Président, M. Jean Perrin, qui n'a qu'à se montrer pour assurer le succès des projets qu'il juge utiles aux progrès de la science. N'est-ce pas lui qui a provoqué, dans une heureuse initiative, la création du

Conseil supérieur de la Recherche scientifique, destiné à fournir à la France une élite de jeunes savants?

Cette création intéresse notre Académie au plus haut point et nous aurons à conjuguer nos efforts pour qu'elle puisse donner les résultats qu'on est en droit d'en attendre.

Vos Commissions continueront donc à faire un choix judicieux, dans les travaux qui nous seront présentés par ces jeunes savants et par leurs aînés en vue de l'attribution des nombreux prix dont nous disposons.

Il arrive que des chercheurs méritants hésitent à venir jusqu'à nous parce qu'ils sont trop modestes ou mal renseignés : nous irons au-devant d'eux pour les mieux connaître, les encourager, les soutenir de nos conseils et de notre expérience.

Sans l'appui qui m'a été donné autrefois par l'illustre savant Édouard Bornet que beaucoup d'entre vous ont connu, appui continué par notre regretté confrère Guignard, votre Président n'aurait jamais réussi à franchir les difficultés qu'il rencontrait sur sa route.

Nous avons tous, sans doute, quelque souvenir de ce genre, gravé au fond du cœur : il s'y mélange la juste fierté d'avoir été admis dans l'intimité de ces Maîtres de la science et d'être devenu leur ami et leur confident.

Vous seriez surpris, mes chers Confrères, si je ne vous entretenais, ne fût-ce qu'un instant, de la question toujours soulevée, jamais résolue, de ce que pourraient être nos séances, si nous avions l'excellente habitude d'y conserver un silence tout au moins relatif.

On nous a cité l'exemple d'autres Académies, exemple que nous aurions avantage à suivre : il ne semble pas que nous en ayons été impressionnés.

Tout a été dit sur ce sujet : à l'avantage manifeste que procurerait à nos orateurs le calme d'une salle attentive, s'oppose le charme de ces conversations particulières qui constitue le grand attrait de nos séances du lundi.

Ne suffirait-il pas pour donner satisfaction à tous que ces conversations ne deviennent jamais ni trop nombreuses ni trop bruyantes?

Si vous consentiez à tenter un effort sérieux en ce sens, votre Président se tiendrait pour grandement satisfait, mais il ne se fait guère d'illusion à cet égard : il sait que tout à l'heure, vous allez reprendre avec plus ou moins d'animation ces échanges d'idées auxquels vous êtes si attachés.

Aussi *A-Dieu-va*, dirai-je dans le langage des marins, non sans toutefois avoir exprimé le vœu que l'année 1935 nous épargne la série de ces deuils cruels qui ont assombri la dernière et qu'elle apporte à notre Académie un

regain d'activité dans toutes les branches de la science, avec son cortège de découvertes importantes et d'acquisitions utiles au bien-être de nos semblables.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Notice sur M. DE SITTER, *Correspondant de l'Académie*,
par M. **ERNEST ESCLANGON.**

Avec W. de Sitter, décédé à Leyde en novembre 1934, disparaît une grande figure de l'Astronomie. Mathématicien remarquable, observateur de premier ordre, théoricien pénétrant, il joignait à ces éminentes qualités celles d'un profond métaphysicien.

Il avait débuté dans la carrière astronomique, au laboratoire de Groningue dont J. C. Kapteyn était alors directeur. Sir David Gill l'invita à venir au Cap, où de Sitter se rendit effectivement en 1894 et s'y livra à des travaux de photographie céleste. Mais ce qui l'intéressait le plus c'était la discussion des observations de Jupiter qui furent l'origine de recherches théoriques fécondes, poursuivies durant toute sa vie. Il a porté à la perfection la théorie de cette planète et de ses satellites.

Les travaux de de Sitter sont d'une immense variété. Il a touché à toutes les branches de l'Astronomie de position : éléments du système solaire, Tables de la Lune, rotation de la Terre, etc.

En 1928 notamment, il a publié un Mémoire remarquable sur l'étude théorique des variations de durée de la rotation terrestre, par lesquelles ont pu être expliquées certaines inégalités séculaires de la Lune jusqu'alors assez mystérieuses. Il étudia à ce point de vue la longitude du Soleil par des observations s'échelonnant de 1864 à 1900.

Dès l'apparition de la relativité, de Sitter, se jeta résolument dans l'étude difficile des questions qu'elle soulevait, principalement dans ses répercussions astronomiques. Ses travaux, sur la structure, sur l'équilibre et les dimensions de l'Univers, sont justement célèbres. Il est l'auteur d'une théorie originale qu'il a développée longuement par voie mathématique, bien connue des théoriciens de la relativité sous le nom d'Univers de de Sitter,

dans lequel le temps se trouve associé à l'espace d'une manière beaucoup plus étroite que dans l'Univers d'Einstein, « cylindrique » par rapport à la coordonnée temps. Sa théorie explique le déplacement vers le rouge, du spectre des nébuleuses lointaines. Elle a cependant le défaut de supposer nulle la densité de l'Univers; lacune comblée depuis par divers théoriciens et par lui-même avec l'hypothèse d'une « expansion » de l'Univers.

Par la grande variété et la grande profondeur de ses travaux, de Sitter s'est acquis une renommée mondiale. Sa disparition constitue une très grande perte dans le monde de la pensée scientifique.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur* l'Intégration logique *des équations de la Dynamique à deux variables : Forces conservatives. Intégrales cubiques. Mouvements dans le plan.* Note [1] de M. **Jules Drach.**

A. La résolution du problème de Dynamique à deux degrés de liberté pour un système conservatif, exige l'intégration, *quel que soit h*, de l'équation

$$f = \frac{pq}{\lambda} - U = h, \tag{1}$$

où λ et U sont des fonctions de x et y, p, q les dérivées d'une fonction z. Les cas qui se présentent d'abord dans l'étude de la *réduction* de (1) sont ceux où il existe une intégrale φ, *rationnelle* en p, q, de l'équation $(f, \varphi) = 0$; une quadrature, où h demeure arbitraire, permet d'obtenir la dernière intégrale du problème (Jacobi, J. Liouville).

Ceci s'interprète aussi dans le domaine (x, y, y'), où y est défini par une équation ordinaire du second ordre, déduite des expressions

$$p = \sqrt{\lambda(U+h)}\, y'^{\frac{1}{2}}, \qquad q = \sqrt{\lambda(U+h)}\, y'^{-\frac{1}{2}}$$

et de la condition d'intégrabilité de $dz = p\,dx + q\,dy$; la dernière intégrale est donnée par $\partial z/\partial\varphi = \psi$, la quadrature porte sur z ou sur $\partial z/\partial\varphi$.

Les cas les plus simples sont ceux où φ est un polynome entier en p, q dont tous les termes sont de même parité $\varphi = \varphi_m + \varphi_{m-2} + \ldots$. On obtient pour déterminer les coefficients de φ, λ et U un système *surabondant* d'équations, l'excès du nombre des équations sur celui des inconnues croissant avec m.

(1) Séance du 26 décembre 1934.

Un groupe de ces équations, indépendant de U, exprime l'*involution* de pq/λ et de φ_m, c'est-à-dire que φ_m est une intégrale du problème des *géodésiques* pour l'élément linéaire $ds^2 = 4\lambda\, dx\, dy$. Les solutions (λ, U) sont donc à rechercher parmi les fonctions λ, pour lesquelles le problème des géodésiques admet *au moins* une intégrale entière en p, q, de degré m.

Il résulte de là, en raison de l'existence possible de plusieurs intégrales de degré m, une décomposition du problème général, même pour les petites valeurs $m = 3, 4, \ldots$, qui en accroît la difficulté.

B. *Intégrales quadratiques.* — Le cas d'une intégrale *quadratique* est exceptionnel : il y a autant d'équations que d'inconnues. L'intégrale s'écrit $\varphi = \varphi_2 + \varphi_0$, ou encore

$$\varphi = ap^2 + 2bpq + cq^2 + \Delta,$$

et l'on trouve immédiatement $\partial a/\partial y = \partial c/\partial x = 0$; dans le domaine (x, y, y'), l'intégrale prend la forme

$$\varphi = \lambda(U + h)\left[ay' + 2b + \frac{c}{y'}\right] + \Delta,$$

et l'équation qui définit les *caractéristiques d'Ampère*, $\partial\varphi/\partial y' = 0$, donne $ay'^2 - c = 0$: elle est *indépendante* de h. Avec les variables *canoniques*, $a = 1$, $c = 1$ et les deux caractéristiques sont $\alpha = y - x$ pour $y' = 1$, $\beta = y + x$ pour $y' = -1$.

En exprimant que φ est, *quel que soit h*, une fonction de α pour $y' = 1$ et une fonction de β pour $y' = -1$, on a toutes les équations nécessaires pour obtenir a, b, c, Δ, λ, U, à l'aide de deux fonctions arbitraires de α et de deux fonctions de β; d'où *la solution de Liouville, obtenue sans intégration.*

Un résultat aussi simple, sans particulariser x, y, s'obtient en posant $a = 1/\xi'^2$, $c = 1/\eta'^2$, ce qui donne les caractéristiques $\xi + \eta$ et $\xi - \eta$.

C. *Intégrales cubiques.* — Si l'on cherche à déterminer les intégrales *cubiques* : $\varphi = \varphi_3 + \varphi_1$, ou, en explicitant

$$\varphi = a_0 p^3 + 3a_1 p^2 q + 3a_2 pq^2 + a_3 q^3 + 3(b_0 p + b_1 q),$$

on trouve entre les a_i et λ des relations qui donnent $a_0 = X$, $a_3 = Y$ et ensuite un système (G)

$$\text{(G)}\quad \frac{\partial X\lambda}{\partial x} + \frac{\partial a_1\lambda}{\partial y} = \frac{2}{3}\lambda X', \qquad \frac{\partial Y\lambda}{\partial y} + \frac{\partial a_2\lambda}{\partial x} = \frac{2}{3}\lambda Y', \qquad \frac{\partial a_1\lambda^2}{\partial x} + \frac{\partial a_2\lambda^2}{\partial y} = 0;$$

il reste un système de quatre équations entre les b_i, U, a_i, λ. J'en ai déduit

les expressions $b_0 = \sigma\,\partial U/\partial y$, $b_1 = -\sigma\,\partial U/\partial x$ et l'intégrale

$$\lambda\sigma = -2\omega + \Phi(U),$$

où ω est la fonction définie par $a_1\lambda^2 = -\partial\omega/\partial y$, $a_2\lambda^2 = \partial\omega/\partial x$.

La fonction $\Phi(U)$, *a priori* arbitraire, se réduit à une *constante* car le remplacement de U par $U + k$ ne doit pas modifier les a et λ; cette constante s'ajoute à ω. On obtient alors pour déterminer U deux équations linéaires

$$\text{(K)} \qquad \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \frac{a_0\lambda^2}{2\omega}\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial\tau}{\partial y}\frac{\partial U}{\partial y}; \qquad \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = -\frac{a_3\lambda^2}{2\omega}\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial\tau}{\partial x}\frac{\partial U}{\partial x}$$

où l'on a posé $\tau = \log\left(\lambda\omega^{-\frac{3}{2}}\right)$.

La condition de compatibilité de (K) exige *en général* que U soit déterminé, à un facteur constant près, avec les a_i et λ. Elle donne pour cela, entre les a_i et λ, de nouvelles relations. Il est essentiel de rechercher les cas où U peut dépendre d'*un plus grand nombre de constantes:* (K) admet alors *trois* solutions linéairement distinctes que l'on peut aussi regarder comme les *coordonnées d'un point d'une surface rapportée à ses asymptotiques*. Cela conduit à deux relations entre les a_i et λ qui s'ajoutent à (G).

D. *Application aux mouvements dans le plan.* — L'expression générale de φ_3 composée avec p, q, $px - qy$ s'écrit dans le domaine (x, y, y')

$$\varphi_3 = (U + h)^{\frac{3}{2}} y'^{\frac{-3}{2}} P(y'),$$

où $P(y')$ est un polynome du troisième degré en y', formé avec y' et $xy' - y$, ou encore

$$P = \frac{\partial^3\theta}{\partial y^3} y'^3 - \frac{\partial^3\theta}{\partial y^2\,\partial x} y'^2 + \frac{\partial^3\theta}{\partial y\,\partial x^2} y' - \frac{\partial^3\theta}{\partial x^3},$$

où θ satisfait aux deux équations

$$\text{(A)} \qquad \frac{\partial^4\theta}{\partial x^4} = \frac{\partial^4\theta}{\partial y^4} = 0.$$

Le système en U est formé de la relation

$$\text{(K)} \qquad \frac{2}{3}\frac{\partial^2\theta}{\partial x\,\partial y}\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \frac{\partial^3\theta}{\partial y^3}\frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\partial^3\theta}{\partial x\,\partial y^2}\frac{\partial U}{\partial y}$$

et de la relation obtenue en permutant x et y; ses conditions d'involution sont deux équations (B) du *cinquième* ordre en θ. J'ai pu former les solutions communes à (A) et (B) et obtenir les *types* de polynomes P qui conduisent à des intégrales cubiques; j'indique ici l'expression générale de U

avec trois constantes α, β, γ. Les valeurs des b_i sont $b_0 = -2\omega\,\partial U/\partial y$, $b_1 = 2\omega\,\partial U/\partial x$, où $\partial^2 0/\partial x\,\partial y = 3\omega$, ω comportant parfois une constante additive *essentielle*.

(*a*)
$$P = (xy' - y)^2, \qquad 2\omega = x^2 y^2,$$
$$U = \frac{\alpha}{xy} + \beta x^{r_1} y^{r_2} + \gamma x^{r_2} y^{r_1},$$

r_1, r_2 racines de $r^2 + 3r + 3 = 0$;

(*b*)
$$P = 3(xy' - y)^2(y' + \mu_0), \qquad \omega = xy(y - \mu_0 x),$$
$$U = \frac{\alpha}{\sqrt{xy}} + \frac{\beta}{(y - \mu_0 x)^2} + \frac{\gamma(y + \mu_0 x)}{\sqrt{xy}(y - \mu_0 x)^2};$$

(*c*)
$$P = 3(xy' - y)(y'^2 - a^2), \qquad 2\omega = y^2 - a^2 x^2,$$
$$U = \alpha xy + \frac{\beta}{(y - ax)^2} + \frac{\gamma}{(y + ax)^2};$$

(*d*)
$$P = 3[(xy' - y)^2 - a^2 y'^2], \qquad \omega = -y(x^2 - a^2),$$
$$U = \frac{\alpha}{\sqrt{y(x - a)}} + \frac{\beta}{\sqrt{y(x + a)}} + \frac{\gamma x}{\sqrt{x^2 - a^2}}.$$

Ce cas est *singulier*, $a_0 = 0$. On peut en rapprocher le cas, en apparence différent, où $P = 3y'[(xy' - y)^2 + \nu_1]$, obtenu par échange de x et y.

(*e*)
$$P = 3.2y'(xy' - y), \qquad \omega = -2xy,$$
$$U = \frac{\alpha}{\sqrt{xy}} + \frac{\beta}{\sqrt{x}} + \frac{\gamma}{\sqrt{y}},$$

U est aussi le produit d'une fonction de x par une fonction de y, si l'on tient compte de la constante additive. Ce cas est *singulier*, $a_0 = a_3 = 0$.

(*f*)
$$P = 3(xy' - y), \qquad 2\omega = x^2 + c,$$
$$U = \alpha xy + \beta y \frac{2x^2 + c}{\sqrt{x^2 + c}} + \gamma \frac{x}{\sqrt{x^2 + c}};$$

(*g*)
$$P = y'^3 + 3my'^2 - 9m^2 y' - 27m^3 = (y' + 3m)^2(y' - 3m),$$
$$\omega = -m(y - 3mx); \qquad U = \frac{\alpha}{(y + 3mx)^2} + \beta(y - 3mx) + \gamma(y - mx)(y - 9mx),$$

(*h*)
$$P = y'^3 + 3my'^2 - m^2 y' - \frac{m^3}{27} = \left(y' - \frac{m}{3}\right)\left(y'^2 + \frac{10m}{3}y' + \frac{m^2}{9}\right),$$
$$\omega = -m\left(y + \frac{mx}{3}\right);$$
$$U = \frac{\alpha}{\left(y + \frac{m}{3}x\right)^{\frac{2}{3}}} + \frac{\beta\left(y - \frac{m}{3}x\right)}{\left(y + \frac{m}{3}x\right)^{\frac{2}{3}}} + \gamma \frac{4\left(y - \frac{m}{3}x\right)^2 - 3\left(y + \frac{m}{3}x\right)^2}{\left(y + \frac{m}{3}x\right)^{\frac{2}{3}}}.$$

Signalons encore les cas *types* immédiats :

$$(k)\qquad P = 3y'^2, \qquad \omega = -y, \qquad U = \alpha y^{-\frac{3}{2}} + \beta x y^{-\frac{3}{2}} + \gamma x,$$

$$(l)\qquad P = 3y' + \rho, \qquad \omega = x, \qquad U = \alpha\left(y - \frac{\rho}{3}x\right) + \beta x^{-\frac{1}{2}} + \gamma x^{-\frac{1}{2}}(y - \rho x),$$

et nous aurons épuisé les *types* de mouvements dans le plan qui possèdent des intégrales *cubiques* en p, q. Les constantes μ_0, a, ... pourraient encore être fixées.

BIOLOGIE AGRICOLE. — *Acclimatation et dégénérescence des sortes d'Orges de brasserie* (Hordeum distichum *L.*). Note de M. **Louis Blaringhem.**

Les observations de M. E. Miège relatives à la dégénérescence de sortes pédigrées d'Orges de brasserie provenant d'Europe, à la suite de cultures répétées au Maroc (1) me donnent l'occasion de justifier les dispositions prises dès 1905, et résumées en 1910 dans mon ouvrage *L'Amélioration des crûs d'Orges* (2), dans le contrôle des sortes et d'insister sur les conditions nécessaires et suffisantes pour remédier à ces altérations.

Dès 1905, j'avais reconnu la nécessité d'un contrôle régulier des épis des sortes pédigrées originaires de Svalöf (Suède), en particulier des sortes *Hordeum distichum erectum* α : *Svanhals* et *Primus*, qu'un été très sec avait altérées après cultures sur terres crayeuses de Picardie et de Beauce, alors que les témoins cultivés à Bourg-la-Reine (Seine) montraient la constance des caractères. Ce sont ces altérations des sortes d'origines étrangères, dues au climat, qui m'ont décidé à préparer les sortes locales ou crus d'Orges. J'ai donné en 1910 l'indication du processus par lequel se produit cette dégénérescence et fourni en 1921 des preuves expérimentales (3) de la disjonction anormale des hybrides interspécifiques qui sont l'explication des phénomènes décrits par M. Miège. En voici quelques conclusions (p. 227) :

« Les caractères morphologiques visibles sur les grains de l'Orge sont des signes commodes pour distinguer certaines sortes...; ils se transmettent régulièrement par le semis chez un assez grand nombre de lignées...; il

(1) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 87.

(2) Chapitre 3, § 2, p. 189-193 : *Mode probable d'origine des espèces élémentaires d'Orges cultivées.*

(3) *Ann. Sc. Agronomiques franc. et étr.*, 1921, 6e série, p. 177-230 et 2 pl.

apparaît des irrégularités dans les croisements entre les sortes *nutans* et *erectum*, ou entre les sortes *erectum*, combinées entre elles. Il est possible de ramener les irrégularités à un schéma mendelien en faisant une hypothèse relative aux affinités réciproques des pollens et des ovules des lignées hybrides stables.

» L'hypothèse à laquelle je m'arrête permet d'expliquer les déviations singulières produites par le climat, le terrain ou les conditions de culture, au pourcentage attendu des disjonctions. » Et sur ce point, je puis donner des compléments de preuve.

Une de mes élèves, Mme Sosa-Bourdouil, a montré dans sa Thèse de doctorat [1] que pour le cas le mieux établi de l'hérédité mendelienne, croisement entre Pois amylacé et Pois sucré, les déviations à la règle numérique des disjonctions ne sont qu'apparentes; il y a en réalité substitution de deux états diastasiques, ou de fonctions amylogènes; ce qui est hérité selon les lois du calcul des probabilités, ce ne sont pas des réactions d'êtres vivants, mais bien des réactions extérieures à la vie et particulières aux êtres vivants.

Or cette démonstration n'a pu être faite que pour des croisements entre lignées de la même espèce *Pisum sativum* L.; elle n'est pas valable pour les hybrides entre espèces *Pisum arvense* et *P. sativum*, qui fournissent des étapes intermédiaires dans la condensation en plus des retours aux parents. Aussi faut-il tenir compte dans la sélection des céréales, et surtout dans la sélection de celles qui comme l'Orge de brasserie sont sélectionnées en vue de l'utilisation des diastases et des réserves amylacées, de l'ascendance en évitant l'emploi des hybrides entre espèces; aucune garantie de stabilité ne peut être fournie pour les sortes du type des *Hordeum distichum erectum* dont l'origine hybride est certaine ou probable. Or, il arrive que ces Orges hybrides d'une culture facile, à épis serrés, compacts, résistent bien à la verse et supportent les fumures azotées dont l'emploi depuis 30 années ont transformé complètement la culture des céréales alimentaires.

Doit-on pour des raisons théoriques abandonner les essais d'acclimatation de nos meilleures sortes d'Orges de brasserie dans d'autres régions que celles de leur origine spontanée ou artificielle? Je ne le pense pas et d'ailleurs cette acclimatation se fait malgré les dangers de dégénérescence, et par cette dégénérescence même échappe au contrôle; d'où les irrégularités si nombreuses constatées dans les croisements artificiels des céréales de

---

[1] Mme Sosa-Bourdouil, *Bull. Biol. France et Belgique*, 68, 1934, p. 250 à 340.

l'Afrique du Nord dont les souches sont européennes, qu'il s'agisse d'Avoines, de Blés ou d'Orges.

Mais c'est précisément parce qu'il s'agit de sélection et de dégénérescence, c'est-à-dire de l'action du milieu ambiant et de triage, qu'il faut avoir recours aux méthodes de contrôle statistique, complétant les méthodes de contrôle botanique; j'ai toujours considéré l'emploi des méthodes statistiques comme indispensable dans la préparation et le contrôle des semences de céréales en France, précisément à cause de la diversité des régions sèches ou humides, crayeuses ou limoneuses, de plaine ou d'altitude où doivent être cantonnés les crus pour mériter ce nom. J'ai insisté sur le choix des caractères fluctuants que doivent suivre l'acclimateur comme le sélectionneur, écartant la grosseur des grains, le nombre et la taille des chaumes, pour recommander l'examen, chaque année et pour chaque lot d'origine différente, de la compacité de 100 épis, les premiers développés sur 100 plantes prises au hasard. Cette étude permet la découverte des lots altérés par la dégénérescence, alors même que les caractères botaniques visibles sur les grains ne sont pas modifiés; pour les mêmes raisons et par réciprocité, la méthode donne une sécurité presque absolue dans l'emploi des semences qui ont subi ce contrôle avec rigueur. J'ai montré, dans une étude sur la dégénérescence des Lins, à quelle précision on peut aboutir par l'emploi judicieux des règles de Quetelet, puisque ici j'ai pu établir que l'altération de la lignée était due à une différence de l'éclairement durant la période qui précède la floraison [1].

En résumé, la stabilité des descendances hybrides d'Orges à deux rangs est assez marquée pour être maintenue pendant de nombreuses générations dans les conditions de climat, de terrain, de culture qui ont permis leur isolement et leur stabilisation; pour ces sortes hybrides, il y a des années, des circonstances critiques qui entraînent la dégénérescence, souvent même la disjonction et il est indispensable de substituer, à ces lots, des semences non altérées conservées dans les centres d'origine. Mais il faut se rappeler que la stabilité et l'homogénéité des lignées même autofécondées est l'exception, que la variabilité désordonnée est la règle; que le contrôle statistique doit compléter le contrôle botanique des semences.

---

(1) L. Blaringhem, *Revue de Bot. appl. et Agricult. trop.*, n° 39, 1924, p. 743.

GÉOLOGIE. — *Tectonique de la bordure externe de la zone du Flysch de l'Embrunais, entre le Drac et la Durance (massifs de Piolit et des Autanes, Hautes-Alpes)*. Note [1] de MM. **Maurice Gignoux** et **Léon Moret**.

Comme nous l'avons dit [2], nos prédécesseurs ne distinguaient dans cette région que deux grandes unités tectoniques, la zone dauphinoise autochtone et la zone (ou nappe) du Flysch de l'Embrunais.

Nous avons été conduits à modifier ainsi cette conception :

1° Nous avons individualisé une *zone ultra-dauphinoise* : c'est la partie orientale, décollée et replissée, de la couverture autochtone du Pelvoux, s'enfonçant sous la grande nappe de l'Embrunais. Nous l'avons appelée ainsi parce que son style tectonique et ses caractères stratigraphiques sont déjà un peu différents de ceux des faciès dauphinois normaux; à ce double titre, elle évoque la zone ultra-helvétique des Préalpes savoisiennes et suisses. Dans notre région [3], cette zone s'étend vers l'Est jusqu'à la base de la nappe; son bord oriental peut se suivre depuis Orcières jusqu'au Sud du Col de Moissière, en passant par Pont du Fossé, Ancelle et la Tour Saint-Philippe. On a là une succession d'écailles, où dominent les sédiments schisteux (schistes noirs à Posidonomyes du Callovo-Oxfordien, schistes à Globigérines priaboniens), au milieu desquels se détachent çà et là des lames de calcaires clairs à petites Nummulites. Aux abords d'Orcières et du Col de Moissière, une zone de blocs calcaires variés (Malm, Néocomien, Sénonien, Priabonien), emballés dans les schistes précédents et dans le Flysch charrié, joue le rôle d'une sorte de Wildflysch jalonnant la base de la nappe : ainsi des matériaux provenant de la nappe s'y mélangent avec ceux provenant de l'autochtone, ce qui rend la cartographie de détail impossible.

2° Au-dessus, nous avons montré (*loc. cit.*) que la partie inférieure (externe) de la nappe du Flysch était formée, non seulement par du Tertiaire, mais surtout par une bande complexe de calcaires et calcschistes

---

(1) Séance du 10 décembre 1934.

(2) *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 1081. Voir aussi la carte structurale de M. Gignoux et L. Moret, *Annales de Géographie*, 43e année, n° **244**, 1934, p. 337.

(3) Rappelons qu'en dehors de notre champ d'études, elle est typiquement représentée au Nord du Drac par les écailles de Soleil-Bœuf (P. Lory), au Sud du Drac par les petits massifs du Puy de Manse et de Rochette, enfin dans la vallée de l'Ubaye par les écailles de Saint-Vincent et de Roche-Rousse, au pied du Morgon.

mésozoïques constituant notre *zone subbriançonnaise*. Elle se prolonge à l'Est et au Sud dans les massifs de Chabrières et du Morgon, et là, D. Schneegans a distingué, d'après les faciès, des *écailles inférieures* et *supérieures*. Seules les premières sont représentées dans notre région : les calcaires jurassiques et crétacés y ressortent en falaises, et leur constitution stratigraphique a été décrite dans notre Note précédente. Au Nord du Drac elles sont laminées : Boussac a montré que là le Flysch charrié reposait directement sur le Nummulitique autochtone. Elles ne s'individualisent qu'au Sud de Pont-du-Fossé, pour se poursuivre vers l'Ouest dans la base de la Petite-Autane jusqu'au Cuchon ; puis elles viennent constituer tout le fond de la haute vallée d'Ancelle, dans le cirque de Rouanne (ici deux écailles principales, avec noyaux de Dogger, sont bien individualisées); elles s'étalent largement dans tout le massif de Piolit, depuis les abords du Col de Moissière jusqu'au Col séparant Piolit de la Pousterle; là elles s'enfoncent sous le Flysch et le Mésozoïque des écailles supérieures de la Pousterle-Chabrières, que nous ne décrirons pas.

3° Enfin la zone subbriançonnaise s'enfonce à l'Est sous la large zone du Flysch de l'Embrunais proprement dit, comprenant, au-dessus d'un Flysch noir (Lutétien) réduit et laminé, les énormes masses du *Flysch à Helminthoïdes;* ce contact est certainement anormal, car nous avons déjà vu que, vers Orcières, le Flysch charrié repose directement sur le Nummulitique autochtone; et d'autre part, au Nord et au Sud d'Ancelle, ce Flysch déborde vers l'extérieur la zone subbriançonnaise et vient encapuchonner les écailles ultra-dauphinoises. Rappelons que plus à l'Est le Flysch à Helminthoïdes apparaît comme la couverture normale du Mésozoïque de la *zone du Briançonnais*. Il représente probablement l'enveloppe commune, décollée au niveau du Flysch noir basal, de la zone briançonnaise et de la zone subbriançonnaise; en tout cas, il s'oppose nettement par son faciès au Nummulitique ultra-dauphinois, lequel comporte toujours la trilogie subalpine classique : calcaires priaboniens à petites Nummulites, schistes, grès.

Conclusions. — Il y a une opposition très frappante entre le style tectonique de la grande masse du Flysch à Helminthoïdes et celui des écailles subbriançonnaises et ultra-dauphinoises. Ces dernières sont irrégulièrement laminées et tronçonnées de la façon la plus capricieuse. Au contraire, le Flysch à Helminthoïdes n'est jamais laminé : la structure régulière de ses empreintes énigmatiques ne montre pas la moindre trace de déformation tangentielle, et de grandes charnières à flancs parfaitement

symétriques s'y dessinent partout. On pourrait qualifier ce style de *tectonique d'écoulement libre*, par conséquent *superficiel ;* tout se passe comme si la grande masse du Flysch s'était écoulée vers l'Ouest, jouant le rôle de *traîneau écraseur* vis-à-vis de son substratum.

Si l'on se rappelle que, plus à l'Est, ce Flysch forme la couverture normale de la grande zone du Briançonnais, dans laquelle le Mésozoïque lui-même garde un style tectonique large, en grands plis couchés (exemple les nappes du Guil), simplement plus laminés que le Flysch parce que plus profonds, on pourra dire que, dans notre région, l'élément moteur essentiel, le grand traîneau écraseur, n'est autre que la zone du Briançonnais, qui s'est écoulée vers l'Ouest; les zones subbriançonnaise et ultra-dauphinoise ne sont que des bavures en *festons*, jalonnant la base de ce grand écoulement; mais elles ont l'intérêt de nous permettre de reconstituer les changements progressifs de faciès conduisant du type dauphinois au type briançonnais.

Une pareille opposition de style se retrouve plus au Nord lorsque apparaissent les Préalpes; les Médianes, avec leurs grands plis simples, non laminés, représentent le traîneau écraseur, tandis que les Bordières (ultra-helvétiques et nappe du Flysch du Niesen) ont le même style tectonique en écailles que nos zones subbriançonnaise et ultra-dauphinoise. Notons d'ailleurs que ces analogies tectoniques n'entraînent pas forcément des correspondances de faciès; en particulier nous croyons que les faciès subbriançonnais peuvent fort bien se prolonger dans tout ou partie des Médianes.

M. **M. d'Ocagne** fait hommage à l'Académie d'une *Étude rationnelle du problème de la trisection de l'angle* (¹), dans laquelle il classe logiquement toutes les solutions approchées qui ont été données de ce problème, les unes *anormales*, les autres *normales à écart fermé* ou à *écart ouvert*. Il aboutit à une solution de ce dernier type, qui semble plus simple que toutes celles connues jusqu'à ce jour et qui peut s'énoncer ainsi : Soit, dans un cercle de centre O, à trisecter l'angle aigu compris entre les rayons OA et OB, le premier d'entre eux coupant, en outre, le cercle en A'. *Si* M *est le milieu de l'arc* AB, I *le milieu du rayon* OA', *la trisectrice de l'angle* AOB *est parallèle à la droite* IM.

(¹) Extraite de l'*Enseignement mathématique*, t. 33 1934, p. 49.

L'erreur reste moindre que $10''$ pour tout angle inférieur à $45°$. Il est d'ailleurs facile de réduire toujours le problème à ce dernier cas.

M. **Léon Guillet** présente un premier volume qui vient de paraître dans la collection qu'il dirige, *Monographies technologiques : L'Électricité dans l'Usine*, par M. Monnier, Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures. Cet ouvrage a trait aux moteurs électriques, aux principaux emplois de l'énergie électrique, à l'appareillage, à la transformation d'énergie, à la distribution.

NOMINATIONS.

M. le **Directeur du Muséum national d'histoire naturelle** prie l'Académie de vouloir bien se faire représenter aux fêtes du *Troisième Centenaire* de cet Établissement, du 24 au 29 juin 1935. L'Académie désigne le **Bureau**, les **Sections de Botanique** et **d'Anatomie et Zoologie**, MM. **L. Lapicque** et **R. Fosse**.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces de la Correspondance :

Le *Discours* prononcé par M. Jules Ramas, président de la Société des Anciens Élèves des Écoles nationales d'Arts et Métiers, à la Sorbonne, pendant la cérémonie de la Remise de la Croix de la Légion d'honneur aux Écoles nationales d'Arts et Métiers.

MM. **Charles Poisson**, **Paul Portier** adressent des remercîments pour les distinctions que l'Académie a accordées à leurs travaux.

M. le **Directeur de l'Institut national agronomique** adresse des remercîments pour une subvention attribuée sur le *Fonds Loutreuil*.

MM. J. **Vellard** et H. **Humbert** adressent des Rapports sur l'emploi qu'ils ont fait des subventions accordées sur le *Fonds Loutreuil* en 1929 et 1933.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations de Fredholm complexes à noyaux uniformes.* Note de M. S. A. **Janczewski**, présentée par M. Hadamard.

J'étudie les équations intégrales dont le premier membre est $y(z)$ ou $y(z) - f(z)$, et le second membre une des intégrales

$$\text{(I)} \quad \lambda \int_C K(z,t)\, y(t)\, dt, \qquad \text{(II)} \quad \lambda \int_C K(z,t)\, y(t)\, d\sigma,$$

$$\text{(III)} \quad \lambda \int_C K(z,\bar{t})\, y(t)\, d\sigma, \qquad \text{(IV)} \quad \lambda \int_C K(z,\bar{t})\, y(\bar{t})\, d\sigma.$$

C est ici une courbe donnée du plan complexe, le long de laquelle varie t; $d\sigma$ l'élément arc; $\bar{t}$ conjugué à t; f et K fonctions données. z varie dans un domaine D enfermant C. L'équation (III) est liée aux fonctions orthogonales de Szegö Smirnoff, et (IV) peut être utilisée en élasticité. Prenons pour $f(z)$ et $K(z,t) = G(z,t)/H(z,t)$ $[$ou $K(z,\bar{t}) = G(z,\bar{t})/H(z,\bar{t})]$ des fonctions analytiques uniformes de z et t $[$de $z, \bar{t}]$, z variant dans D et t sur C et dans le voisinage de C $[\bar{t}$ sur $\bar{C}$, courbe conjuguée à C$]$. Elles peuvent posséder les singularités suivantes [1]: pôles $z = b_1, \ldots$ de $f(z)$; pôles fixes $z = e_1, \ldots$ de K; lignes $E_1, \ldots$ provenant des pôles mobiles de K, telles qu'on ait $H(z,t) = 0$, $[H(z,\bar{t}) = 0]$ quand z varie sur E et t sur C $[\bar{t}$ sur $\bar{C}]$. Alors $y(z)$ *défini en premier lieu sur* C *est régulier analytique dans* D, *sauf des* b, e, E. Chaque point b ou e est pour $y(z)$ en général un pôle du même ordre que pour $f(z)$ ou K, mais cet ordre peut être parfois abaissé. Si nous avons, par exemple, un pôle e pour l'équation non homogène (II), et si le noyau résolvant est mis sous forme

$$\gamma(z,t,\lambda) = \sum_{k=-\mu}^{+\infty} a_k(t,\lambda)\,(z-e)^k,$$

(1) Que nous supposons situées en dehors de C.

il faut et il suffit, pour que e soit point d'holomorphie $y(z)$, que

$$\int_{C} a_{-\nu}(t, \lambda) f(t) \, d\sigma = 0 \qquad (\nu = 1, 2, \ldots, \mu) \ \text{(1)}.$$

Supposons maintenant que z s'approche (par une voie non tangente) d'un point $z = a$ de E, correspondant à $t = \alpha$ de C $[\bar{t} = \bar{\alpha}$ de $\overline{C}]$. Prenons par exemple l'équation (III) [pour (I), (II), (IV), un raisonnement anlogue]. Autour de $(a, \bar{\alpha})$ on a (en posant $t - \alpha = \tau$)

$$H(z, \bar{t}) = \psi(z, \bar{t}) \Omega(z, \bar{t}) = [\bar{\tau}^{\mu} + B_1(z) \bar{\tau}^{\mu-1} + \ldots] \Omega(z, \bar{t}),$$

la fonction $\Omega(z, \bar{t})$ ne s'annulant plus autour de $(a, \bar{\alpha})$, $B_k(z)$ régulières avec $B_k(a) = 0$. Soient $(\alpha - \varepsilon_1, \alpha, \alpha + \varepsilon_2)$ un petit arc de C contenant α; Γ, $\overline{\Gamma}$ deux arcs correspondants décrits par τ et $\bar{\tau}$. L'intégrale $\int_{C - (\alpha - \varepsilon_1, \alpha + \varepsilon_2)}$ sera holomorphe en z autour de $z = a$ et pour obtenir la singularité de $y(z)$ pour $z \to a$ il ne restera qu'à étudier l'intégrale singulière

$$\mathcal{J}_1 = \lambda \int_{\alpha - \varepsilon_1}^{\alpha + \varepsilon_2} \frac{G/\Omega \, . \, y(t) \, . \, d\sigma}{\psi(z; \bar{t})}.$$

Mettons pour le moment que le pôle mobile en question est simple :

$$\psi(z, \bar{t}) = \overline{t - \alpha} - B(z) = \bar{\tau} - \xi \qquad [\xi = B(z)]$$

et que sur C on a $d\sigma = \sigma'(t) \, dt \, [\sigma'(t), \sigma''(t)]$ continues. Alors

$$\mathcal{J}_1 = \mathcal{J}_2 + \mathcal{J}', \qquad \mathcal{J}_2 = \lambda y(z) \frac{G(z, \bar{t})}{\Omega(z, \bar{t})} \bigg|_{\bar{\tau} = \xi} \int_{\overline{\Gamma}} \frac{d\tau}{\tau - \xi},$$

$\mathcal{J}'$ fonction régulière de z en dehors de E et continue quand z croise E et ξ croise $\overline{\Gamma}$, par exemple fonction holomorphe de z, l'arc de E inclus. Ainsi l'intégrale $\mathcal{J}_2$ où $z \to a$ et $\xi \to 0$ nous donne le théorème : *Si le long de* C *$\sigma'(t)$, $\sigma''(t)$ sont continues, alors pour la solution $y(z)$ des équations* (I-IV) *E est une coupure artificielle et $y(z)$ est prolongeable au delà de* E. *Les points de* E *correspondant aux points anguleux* (2) *et aux extrémités de* C *sont des points logarithmiques pour la fonction prolongée. Le saut de $y(z)$, z tra-*

---

(1) Si nous avons un pôle $z = b = e$, les conditions sont analogues à celles de M. Platrier (*Comptes rendus*, 157, 1913, p. 28; 162, 1916, p. 118), quoiqu'il s'agissait là de l'intégration sur l'axe réel où était situé aussi le pôle.

(2) Dans les cas (II-IV).

versant E *en* a, *est égal à*

$$2\pi i\lambda \frac{G(a, \alpha)}{H'_\alpha(a, \alpha)} y(\alpha) \quad \text{ou} \quad y(\alpha)\sigma'(\alpha) \quad \text{pour (I, II)};$$

$$2\pi i\lambda \frac{G(a, \overline{\alpha})}{H'_{\overline{\alpha}}(a, \overline{\alpha})} \overline{\sigma'(\alpha)}\, y(\alpha) \quad \text{ou} \quad \overline{y(\alpha)} \quad \text{pour (III, IV)}\ [1].$$

Si C est une courbe d'un type plus général, la question dépend de l'intégrale du type Cauchy $\int_\Gamma \frac{d\sigma}{\overline{\tau} - \overline{\xi}} \cdot y(z)$ a en général presque partout sur E des valeurs limites, etc. Dans le cas d'un pôle mobile multiple, quand

$$\psi(z, \overline{t}) = [\overline{\tau} - B(z)]^m,$$

on doit étudier des intégrales $\int_\Gamma \frac{d\sigma}{[\overline{\tau} - B(z)]^k}$ $(k = 1, 2, \ldots)$. Si $\sigma'(t), \ldots, \sigma^{(m+1)}(t)$ sont continues, on peut intégrer par parties et calculer ainsi le saut de $y(z)$ quand z croise E. Si l'on a une « étoile », par exemple un point $z = a$ d'intersection des courbes E_k, on peut écrire

$$\psi(z, \overline{t}) = [\overline{\tau} - B_1^*(z)]^{k_1}[\overline{\tau} - B_2^*(z)]^{k_2}, \quad \ldots$$

et décomposer $1/\psi$ en fractions simples. La question se réduit à la considération de plusieurs intégrales singulières. a est en général un point de ramification pour la fonction prolongée $y(z)$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'équilibre cinématique.* Note [2] de M. C. **Popovici**, transmise par M. Jules Drach.

Commençons par faire une distinction : une position d'équilibre stable [3] peut être une position *d'équilibre géométrique* sans être une position *d'équilibre cinématique*, en ce sens que le mobile peut, en s'approchant de l'origine (choisie comme position d'équilibre), parcourir un arc infini.

1. Théorème. — *Lorsque la position d'équilibre est un centre* [4], *l'équi-*

---

[1] Pour les équations (1) les restrictions sur $\sigma'(t)$ n'existent pas et nous retrouvons le résultat de M. Julia (*Comptes rendus*, 172, 1921, p. 1279; *Journ. de Math.*, 8e série, 4, 1921, p. 195) obtenu jadis par la méthode du déplacement de C, ce qui est impossible dans les cas (II-IV).

[2] Séance du 26 décembre 1934.

[3] A la Poincaré et Liapounoff, pour $t \to +\infty$.

[4] Voir H. Poincaré, *Journal de Liouville*, 4e série, 1, 1885, p. 172; E. Picard, *Traité d'Analyse*, 3, Chap. IX, 1896, p. 207.

libre cinématique n'existe pas. Nous donnerons l'ordre de grandeur de s spires, lorsque le mobile s'approche du centre.

En effet les équations du mouvement [1] peuvent s'écrire

$$(1)\qquad \frac{dx}{dt} = -\alpha y + P_2 + \ldots + P_n + \ldots, \qquad \frac{dy}{dt} = \alpha x + Q_2 + \ldots + Q_n + \ldots$$

(P_n, Q_n, polynomes homogènes de degré n en x, y; (1) holomorphes).

Suivant Poincaré nous allons chercher s'il existe des petites courbes fermées,

$$(2)\qquad C^2 = x^2 + y^2 + F_3 + \ldots + F_p + \ldots$$

[F_p polynome de degré p, homogène en x et y],

qui, pour x et y très petits, sont sensiblement des cercles, et qui se rétrécissent sous le régime (1). On sait (*loc. cit.*) que l'on sera toujours arrêté [2], dans la recherche des F, à un polynome d'ordre pair, $2p$, de sorte que

$$(3)\qquad \frac{dC^2}{dt} = -\lambda r^{2p}(1 + r\varepsilon) \qquad (r^2 = x^2 + y^2,\ \varepsilon \text{ série en } x \text{ et } y).$$

Donc, stabilité si $\lambda > 0$. Le mobile décrit chaque tour de spirale dans un temps qui tend vers $T = 2\pi/\alpha$, la longueur de chaque tour s'approchant de $2\pi c_k$, c_k étant le rayon vecteur obtenu quand le tour est achevé. Cherchons l'ordre de grandeur de $\sum_{h=1}^{s} c_k$. Or (3) donne

$$(4)\qquad c_k^2 \geqq c_{k-1}^2 - h_{k-1}^2 c_{k-1}^{2p} > 0, \qquad \text{où } h_k^2 \text{ tend vers } \lambda T.$$

Donc

$$(5)\qquad \frac{c_s^2}{c_1^2} \geqq (1 - h_1^2 c_1^{2(p-1)})(1 - h_2^2 c_2^{2(p-1)}) \ldots (1 - h_{s-1}^2 c_{e-1}^{2(p-1)}).$$

Or, vu (3), c_s tend vers zéro, alors il faut, vu (5), que $\Sigma h_k^2 c_k^{2(p-1)}$ soit *divergente* et, puisque h_k^2 tend vers $\lambda T \neq 0$, $\Sigma c_k^{2(p-1)}$ est divergente et, *a fortiori*, Σc_k; donc l'*arc est infini*.

De l'autre côté de (4), on tire par addition

$$(6)\qquad c_s^2 \geqq c_1^2 - \sum_1^s h_k^2 c_k^{2p} > 0$$

et, comme c_s tend vers zéro, on voit que Σc_k^{2p} est convergente. Donc :

---

[1] On suppose le mouvement permanent et à deux dimensions; mais nos conclusions s'étendent aux régimes à variation lente.

[2] Excepté le cas très rare des trajectoires périodiques.

2. Théorème. — L'équation qui admet comme racines les rayons des spires du mouvement (1) *est du genre* $2p$ et l'*ordre de grandeur de la longueur de s spires est*

$$s^{1-\frac{1}{2(p-\theta)}} \qquad (0 < \theta < 1).$$

3. Passons au cas général

$$(1') \qquad \frac{dx_i}{dt} = \sum a_k^i x_k + \text{séries holomorphes en } x_1, \ldots, x_n.$$

Lorsque les racines de l'*équation déterminante* ont toutes leurs parties réelles négatives, la trajectoire est une courbe de Jordan, à variation totale finie; le mobile s'approche de l'origine qui est un *foyer* (¹), en parcourant un arc *fini*, dont il est facile d'établir une majorante. Il y a donc *équilibre cinématique*.

4. Lorsqu'il y a des centres, prenons le cas $n=3$, l'équation déterminante ayant *deux racines imaginaires pures et une nulle* (²). Dans une Note (²) nous avons étudié la stabilité géométrique. Supposons-la établie et étudions la *stabilité cinématique*. Les équations du mouvement s'écrivent :

$$(7) \qquad \frac{dx}{dt} = -y + P_2 + \ldots, \qquad \frac{dy}{dt} = x + Q_2 + \ldots, \qquad \frac{dz}{dt} = R_2 + \ldots.$$

Supposons qu'il existe des petits ellipsoïdes (voir § 3) :

$$(8) \qquad C^2 = x^2 + y^2 + cz^2 + F_3 + \ldots \qquad (c \text{ se détermine avec } F_3, \text{ soit } c > 0),$$

qui se rétrécissent par le régime (7). En combinant alors la méthode exposée plus haut avec celle exposée dans ma Note citée (²), on peut se rendre compte que l'équilibre cinématique n'existe pas.

5. Supposons maintenant que (7) admette l'intégrale (8). Je dis que *sur la surface* (8) *il ne peut pas exister de foyers ni de centres*.

En effet, si le mobile (x, y, z) tend vers un point (x_0, y_0, z_0), alors dx/dt, dy/dt, dz/dt tendent vers 0. Or cela est incompatible avec les $x_0, y_0, z_0 \neq 0$, à moins que ces x_0, y_0, z_0 ne soient à l'intersection des trois surfaces qu'on obtient en annulant les seconds membres de (7); or cela est exclu si nous choisissons comme point de départ x, y, z un point assez voisin de l'ori-

---

(¹) Ce cas ne peut pas arriver pour les milieux continus. Voir ma Note (*Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 419).

(²) C'est un cas de double doute sur la stabilité, qui n'a pas été envisagé dans les Mémoires de Liapounoff et Poincaré. Nous l'avons traité dans une Note (*Comptes rendus*, **147**, 1908, p. 177).

gine. Le mobile décrira alors sur le presque ellipsoïde (8) un arc infini sur une courbe, qui, ne pouvant pas s'entrecouper (le régime étant permanent), ni s'enrouler autour d'un point, doit s'enrouler autour d'une courbe limite, ou, dans des cas particuliers, se fermer, et alors on aura périodicité.

THÉORIE DES GROUPES. — *Sur les fonctions presque périodiques de von Neumann.* Note de M. **André Weil**, présentée par M. Hadamard.

J. von Neumann a récemment étendu la théorie des fonctions presque périodiques aux groupes les plus généraux ([1]); on peut présenter ses résultats comme il suit :

Soit G un groupe quelconque; soient s, t, u, x, y, ... des éléments de G; $f(x)$ une fonction définie sur G. On dit que $f(x)$ est *presque périodique* s'il est possible, quelle que soit la suite s_ν d'éléments de G, d'extraire de la suite de fonctions $f(x\, s_\nu\, y)$ une suite partielle convergeant *uniformément* par rapport à x et y. Une telle fonction est évidemment bornée.

Faisant usage d'une idée de Stepanoff et Tychonoff ([2]), nous appellerons *distance* de deux éléments s, t du groupe la borne supérieure $\delta(s, t)$ des valeurs de $|f(x\, s\, y) - f(x\, t\, y)|$ quand x, y décrivent G; elle satisfait aux relations suivantes :

(1) $$\delta(s, t) = \delta(su, tu) = \delta(us, ut),$$

(2) $$\delta(s, u) \leqq \delta(s, t) + \delta(t, u),$$

(3) $$\delta(ss', tt') \leqq \delta(s, t) + \delta(s', t').$$

Une suite s_ν sera dite convergente, au sens de la distance δ, si

$$\lim_{\mu, \nu \to \infty} \delta(s_\mu, s_\nu) = 0.$$

Dire que f est presque périodique, c'est dire qu'on peut extraire de toute suite une suite convergente.

Identifions alors entre eux tous les éléments de G qui sont à distance nulle les uns des autres : cela revient à former un certain groupe quotient G_1 de G; et complétons le groupe, ainsi « réduit », par l'adjonction de toutes les limites de suites convergentes : d'après (3), on obtient de cette manière un nouveau groupe G, où G_1 est partout dense; ce groupe est

---

([1]) J. v. Neumann, *Trans. Am. Math. Soc.*, 36, 1934, p. 445-492.

([2]) Stepanoff et Tychonoff, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1199.

compact; et l'on peut définir sur $\overline{G}$ la fonction f ainsi que la distance δ par la condition d'y être partout continues.

Autrement dit, une fonction presque périodique de von Neumann, définie sur un groupe G, permet de plonger une image homomorphe de G dans un groupe métrique compact $\overline{G}$ où elle est partout dense; $\overline{G}$ est l'*espace* de la fonction au sens de Stepanoff et Tychonoff. Si au lieu d'une fonction l'on en avait un nombre fini quelconque, l'on procéderait exactement de même en prenant par exemple pour δ la plus grande des distances définies au moyen de chaque fonction. De plus, si G lui-même est donné comme groupe topologique (ouvert) et qu'on se restreigne aux fonctions presque périodiques *continues* sur G, on vérifie sans peine que l'image d'un ensemble d'éléments de G, fermé et compact dans G, est un ensemble *fermé* dans $\overline{G}$, et que par suite G se trouve représenté dans $\overline{G}$ d'une manière *continue*.

Les réciproques sont évidentes : chaque fois qu'on aura plongé dans un groupe compact $\overline{G}$ une image homomorphe d'un groupe G (image continue si G est donné comme groupe topologique) toute fonction continue sur $\overline{G}$ est une fonction presque périodique sur G. La moyenne de f sur $\overline{G}$, définie par l'intégrale de Haar, n'est pas autre chose que la moyenne de f sur G telle que la définit von Neumann. Il n'y a plus qu'à appliquer au groupe $\overline{G}$ la théorie connue des représentations orthogonales des groupes compacts pour retrouver tous les principaux résultats de von Neumann; s'il s'agit de groupes abéliens, on retrouve les résultats classiques de Bohr et de Weyl.

Von Neumann a montré que ses fonctions presque périodiques n'existent pas toujours sur un groupe pris arbitrairement. Elles existent en tout cas (et c'est là, semble-t-il, ce qui fait le principal intérêt de la théorie) sur des classes étendues de groupes discrets dénombrables, par exemple les groupes dénombrables libres et quasi'libres (on entend par groupe quasi libre à $2p$ générateurs le groupe topologique d'une surface de genre p).

Mais soit G un groupe de Lie ouvert. Pour rechercher les fonctions presque périodiques, continues sur G, il suffit de rechercher les représentations orthogonales de G, ou plus généralement les représentations holomorphes et continues de G dans un groupe de Lie clos quelconque $\overline{G}$. Appelons quasi clos tout groupe de Lie qui est infinitésimalement le produit direct d'un groupe clos et d'un groupe abélien; d'après E. Cartan [1],

---

(1) *La théorie des groupes finis et continus et l'Analysis situs* (*Mém. Sc. math.*, fasc. **42**, 1930). Le théorème dont il s'agit n'est pas énoncé explicitement, mais résulte des paragraphes **41**, **42**, et **44**.

toute image holomorphe continue d'un groupe de Lie (ou même d'un groupe connexe localement compact) dans un groupe clos ou quasi clos, est un groupe quasi clos. Soient g, g' deux sous-groupes invariants de G tels que $G/g = Q$ et $G/g' = Q'$ soient quasi clos; le quotient de G par l'intersection $g \cap g'$ est un sous-groupe du produit direct $Q \times Q'$, donc quasi clos; il y a donc un plus petit sous-groupe invariant g_0 tel que G/g_0 soit quasi clos; toute fonction presque périodique continue f sera constante sur g_0 et ses cogroupes (*Nebengruppen*); G/g_0 sera le produit direct d'un groupe abélien ouvert E (espace vectoriel à n dimensions) et d'un groupe clos Γ, ou bien le quotient de ce produit par un groupe fini; et f sera une fonction continue sur $E \times \Gamma$, presque périodique au sens de Bohr sur E. Autrement dit, sur un groupe de Lie, *les fonctions presque périodiques de von Neumann se ramènent à celles de Bohr.* S'il s'agit d'un groupe semi-simple, il est même inutile, d'après van der Waerden ([1]), de supposer la continuité de f.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Remarques sur deux théorèmes de la théorie des fonctions.* Note de M. A. **Dinghas**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Dans deux articles ([2]), nous avons montré comment, en partant d'une inégalité de Carleman-Julia, on peut démontrer et préciser très simplement un théorème classique de Phragmén et Lindelöf, et un théorème que M. Milloux a donné ([3]) pour une classe spéciale des fonctions régulières d'ordre infini. Nous allons ici, en quelques lignes, montrer comment cette même méthode permet d'obtenir ces deux théorèmes sous une forme beaucoup plus intéressante.

1. Considérons une fonction $f(z)$ uniforme et régulière dans le secteur

$$r \geqq 0, \qquad -\frac{\pi}{2k} \leqq \varphi \leqq \frac{\pi}{2k} \qquad \left(k \geqq \frac{1}{2}\right), \tag{1}$$

et supposons encore les trois égalités suivantes vérifiées :

1°
$$\overline{\lim_{r \to \infty}} \frac{\log M(r)}{r^\rho} = \sigma > 0,$$

([1]) *Math. Zeitschr.*, 36, 1933, p. 780-786.

([2]) Dont l'un dans *Mathem. Zeitschrift*, 39, 1934, p. 455-461.

([3]) *Ann. Éc. Norm. sup.*, 31, 1932, p. 330.

2° $$\overline{\lim_{r \to \infty}} \frac{\log M_k(r)}{r^\rho} = \sigma_k,$$

3° $$\overline{\lim_{r = \infty}} \frac{\log \log M(r)}{\log r} = \rho,$$

dans lesquelles on a posé

$$M\ (r) = \max |f(re^{i\varphi})| \qquad \text{pour} \quad -\frac{\pi}{2k} \leqq \varphi \leqq \frac{\pi}{2k}$$

et

$$M_k(r) = \max \left| f\left(te^{\pm i\frac{\pi}{2k}}\right) \right| \qquad \text{pour} \quad 0 \leqq t \leqq r.$$

Soit encore $k > \rho$. Dans ces conditions, on aura l'inégalité suivante :

(2) $$\sigma_k \geqq \sigma \cos \frac{\pi\rho}{2k},$$

qui entraîne le théorème de Phragmén et Lindelöf. Pour $\sigma = \infty$, l'inégalité précédente sera remplacée par l'égalité $\sigma_k = \infty$.

Pour la démonstration, faisons la supposition contraire de (2),

$$\sigma_k < \sigma \cos \frac{\pi\rho}{2k} = \sigma\delta.$$

Prenons un $\sigma_1 < \sigma$ [1], de manière que $\sigma_1 \delta > \sigma_k$ soit encore vérifiée et formons la fonction $g(z) = f(z) e^{-\sigma_1 z^\rho}$, avec z^ρ réel pour z réel.

L'inégalité de Carleman-Julia, appliquée à cette fonction, donne

(3) $$\log |g(z)| \leqq \log M_k^*(a) + \frac{4}{\pi} \log \frac{M^*(a)}{M_k^*(a)} \frac{r^k}{a^k} \qquad (a > |z| = r)$$

si $M^*(a) > M_k^*(a)$ et

(4) $$\log |g(z)| \leqq \log M_k^*(a)$$

dans le cas contraire. Par $M^*(r)$, $M_k^*(r)$ sont ici représentées les grandeurs respectives des $M(r)$ et $M_k(r)$ pour la fonction $g(z)$. Cela posé, on obtient, si l'on fait converger $a \to \infty$, et en remarquant que le deuxième terme de (3) converge vers zéro,

(5) $$\log |f(z) e^{-\sigma_1 z^\rho}| \leqq C$$

avec $C = \lim_{a \to \infty} \log M_k(a)$, nombre fini.

De (5) on déduit facilement

$$\frac{\log M(r)}{r^\rho} = \frac{C}{r^\rho} + \sigma_1,$$

[1] Si $\sigma = \infty$, on prend simplement σ_1 fini tel que $\sigma_1 \delta$ soit plus grand que σ_k.

et enfin $\sigma \leqq \sigma_1$, résultat qui contredit notre supposition. On doit alors avoir pour tout

$$\sigma \cos\frac{\pi\rho}{2k} \leqq \sigma_k \leqq \sigma.$$

2. De la même manière on démontre le théorème de Milloux sous la forme suivante :

Soit la fonction $f(z)$ dans la bande

$$x \geqq 0, \qquad -\frac{\pi}{2k} \leqq y \leqq \frac{\pi}{2k} \qquad (k > 0)$$

régulière et uniforme et soit encore

1° $$\overline{\lim_{x\to\infty}}\, e^{-\rho x} \log M(x) = \sigma < 0.$$

2° $$\overline{\lim_{x\to\infty}}\, e^{-\rho x} \log M_k(x) = \sigma_k.$$

3° $$\overline{\lim_{x\to\infty}}\, \frac{\log\log M(x)}{x} = \rho$$

avec

$$M(x) = \max |f(x+iy)| \qquad \textit{pour} \qquad -\frac{\pi}{2k} \leqq y \leqq \frac{\pi}{2k}$$

et

$$M_k(x) = \max \left| f\left(t \pm i\frac{\pi}{2k}\right)\right| \qquad \textit{pour} \qquad 0 \leqq t \leqq x.$$

En supposant que $k > \rho$, on aura $\sigma_k \geqq \sigma \cos \pi\rho/2k$, avec la même interprétation que ci-dessus, pour $\sigma = \infty$.

La démonstration se développe comme précédemment à l'aide d'une inégalité analogue à (3). En outre, ce dernier théorème pourrait se déduire du théorème précédent par une transformation conforme élémentaire.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la conservation des angles dans la représentation conforme d'un domaine au voisinage d'un point frontière.* Note [1] de M. **Julius Wolff**, transmise par M. Émile Borel.

Théorème. — *Soit G un domaine simplement connexe tel qu'à tout nombre positif $\varepsilon < \pi/2$ il corresponde un nombre $R(\varepsilon)$ tel que les points z de G, pour lesquels $|z| > R(\varepsilon)$, sont dans le domaine $\overline{\Delta}(\varepsilon)$ défini par*

$$|z| > R(\varepsilon), \qquad -\frac{\pi}{2} - \varepsilon < \arg z < \frac{\pi}{2} + \varepsilon,$$

---

[1] Séance du 26 décembre 1934.

et que cette même partie de G *contienne le domaine* $\Delta(\varepsilon)$ *défini par*

$$|z| > R(\varepsilon), \qquad -\frac{\pi}{2} + \varepsilon < \arg z < \frac{\pi}{2} - \varepsilon.$$

Soit $w(z)$ *une fonction holomorphe dans G représentant G sur le demi-plan* $D(-\pi/2 < \arg w < \pi/2)$ *et telle que, z tendant vers l'infini sur l'axe réel, w tende vers l'infini:*

Alors dans tout domaine $\Delta(\varepsilon)$: $\arg w/z \to 0$ *pour* $z \to \infty$.

Remarque. — Si la frontière γ de G est une courbe de Jordan s'étendant vers l'infini dans les deux directions $\arg z \to \pm\pi/2$, la chose est évidente. Mais on ne suppose rien sur γ, hors des hypothèses ci-dessus.

La démonstration, que je donnerai ailleurs d'une façon plus détaillée, repose sur le lemme suivant :

Lemme. — Considérons la classe des fonctions $w(z)$ holomorphes, univalentes et plus petites que un en valeur absolue dans un domaine donné G. Soient O un point de la frontière γ de G, $c(\rho)$ une circonférence de centre O et de rayon ρ, $\sigma(\rho)$ l'ensemble des arcs de $c(\rho)$ dans G, $\lambda(\rho)$ la longueur totale de l'image de $\sigma(\rho)$ donnée par $w(z)$. *Alors à tout nombre* $\eta > 0$ *il correspond un nombre* δ *entre* 0 *et* 1, *tel que pour* $\delta^2 < \rho < \delta$ *la borne inférieure de* $\lambda(\rho)$ *ne dépasse pas* η. Le nombre δ est indépendant du choix de $w(z)$.

Ce lemme se démontre de la même manière qu'un lemme semblable à la page 217 de *Compositio Mathematica*, I, 2, 1934.

Au moyen de la transformation $\zeta = \xi + i\eta = \log z$, $\omega = \mu + i\nu = \log w$, le théorème à démontrer se réduit à un théorème sur la représentation de la bande $D'(|\nu| < \pi/2)$ sur une bande G' dont la frontière s'approche pour $\xi \to \infty$ des deux droites $\eta = \pm\pi/2$. Il s'agit de montrer que dans toute bande $|\eta| < \pi/2 - \varepsilon$ on a $\lim\limits_{\xi \to +\infty} (\nu - \eta) = 0$. Or l'application du lemme conduit à une courbe K dans G' telle que :

1° K a, comme son image L dans D', les droites $\eta = \pm\pi/2$ pour asymptotes ;

2° le domaine intérieur à G' limité par K est l'image du domaine intérieur à D' limité par L ;

3° pour $\zeta \to \infty$ sur K, $\omega \to \infty$ sur L.

La démonstration est maintenant immédiate.

Remarque. — L'exemple $w = z^{1+i}/_{1+i} + Az$, $A > e^{\pi/2}$ montre que la présence des domaines $\Delta(\varepsilon)$ dans G ne suffit pas pour la conservation des angles, car ici $\lim\limits_{z \to \infty} \arg w/z$ n'existe sur aucune droite $y = mx$.

GÉODÉSIE. — *Perfectionnements au pendule élastique. Liaisons gravimétriques récentes entre la station de référence du réseau français et celles des pays voisins.* Note [1] de M. **Fernand Holweck**, présentée par M. Georges Perrier.

I. *Perfectionnements au pendule.* — Deux nouveaux instruments de la série 5 ont été étudiés. Ils possèdent les avantages suivants : *a*, le pendule est plus court ; *b*, la sensibilité est plus grande ; *c*, l'amortissement est plus faible.

Le pendule 55 a, à Paris, une sensibilité qui est 260 fois celle du pendule ordinaire et le pendule 56, 327 fois, au lieu de 179 fois qui était celle du pendule 42 (période des deux nouveaux pendules : 7 secondes environ).

Cette augmentation de sensibilité, jointe à la diminution de l'amortissement, permet de réduire à 5 le nombre des mesures nécessaires pour une détermination de *g*, en mesurant chaque fois la période sur la 20ᵉ et la 40ᵉ oscillation par la moyenne de 5 oscillations successives ; on obtient ainsi en 30 minutes (au lieu de 2 heures) une valeur de *g* avec une précision comparable à celle que donnait le pendule 42.

Les pendules 55 et 56 ont, en outre, des coefficients de température inverses :

pendule 55, de l'ordre de $+4,34.10^{-6}$
pendule 56, de l'ordre de $-6,25.10^{-6}$ (aux environs de 20°).

En associant les mesures données par ces deux instruments en une même station, on obtient, pour la moyenne, des valeurs qui donnent, dans une compensation générale, des résidus beaucoup plus faibles que l'une ou l'autre des déterminations. Ceci s'explique par la compensation des petits effets secondaires de la température.

II. *Liaisons gravimétriques.* — La période de ces deux instruments a été mesurée : 1° de nombreuses fois à Paris ; 2° en trois points de la Suisse où des mesures récentes avaient été faites par M. Niethammer, ainsi qu'en la station de base reliée à Potsdam (Bâle) ; 3° à la station fondamentale du réseau belge, Uccle (mesure de M. Vening Meinesz) et en la station fondamentale du réseau hollandais : De Bilt, rattachée de nombreuses fois à Potsdam par M. Vening Meinesz.

---

[1] Séance du 10 décembre 1934.

Stations.	g.	Pendule 55. g.	Pendule 55. Δg.	Pendule 56. g.	Pendule 56. Δg.	Moyenne des pendules 55-56. g.	Moyenne des pendules 55-56. Δg.
	g	g	mg	g	mg	g	mg
Paris.....	980,943	980,9447	+1,7	980,9437	+0,7	980,9442	+1,2
Bâle	980,765	980,7669	+1,9	980,7650	0	980,7659	+0,9
Zurich.....	980,665	980,6625	−2,5	980,6661	+1,2	980,6643	−0,7
Samaden...	980,238	980,2409	+2,9	980,2355	−2,5	980,2382	+0,2
Bernina...	980,140	980,1364	−3,6	980,1420	+2	980,1392	−0,8
De Bilt...	981,2675	981,2678	+0,3	981,2655	−2	981,2670	−0,5
Uccle....	981,131	981,1290	−2,6	981,1313	+0,3	981,1302	−0,8
Lyon.....	980,618	980,6172	−0,8	980,6191	+1,1	980,6181	+0,1
			Δ_m=2,0		Δ_m=1,2		Δ_m=0,6

La moyenne des résidus obtenus au moyen d'une compensation graphique entre les nouvelles valeurs déterminées et les valeurs anciennement admises est de 2,0 milligals pour le pendule 55 et de 1,2 milligal pour le pendule 56, la moyenne de ces deux instruments donne, comme résidu, seulement 0,6 milligal.

D'autre part, la valeur de la gravité à Paris, ainsi déterminée, en partant des bases des réseaux suisse, belge et hollandais, est de 980,9442 à l'Observatoire de Paris, alors que nous avions trouvé précédemment, avec le pendule 42, 980,943.

M. Nörlund, utilisant deux pendules 41 et 51, les a étalonnés sur une base très importante allant de Madrid à Helsinski (2 gals environ) et passant par Potsdam.

Cette nouvelle mesure indépendante donne pour Paris la valeur 980,9441, en très bon accord avec nos deux déterminations antérieures.

En résumé : *a.* la formule élémentaire du pendule, déjà vérifiée par le R. P. Lejay d'Uccle à Singapour, a été à nouveau contrôlée, pour quatre nouveaux instruments, avec une concordance excellente entre la théorie et l'expérience; *b.* la valeur de g, à Paris, déterminée au moyen de cinq instruments indépendants, étalonnés sur trois systèmes de base passant par Potsdam ou par de nombreuses stations reliées à Potsdam est 980,9438, moyenne de trois nombres très concordants (980,9430, 980,9442, 980,9441).

Stations.	g.	Pendule 42. g.	Pendule 42. Δg.	Moyennes des pendules 55-56. g.	Moyennes des pendules 55-56. Δg.	Moyennes des pendules 41-51 (¹). g.	Moyennes des pendules 41-51 (¹). Δg.
	g		mg		mg		mg
Helsinski (²)......	981,9165	–	–	–	–	9157	–0,8
Stockholm (³).....	981,8441	–	–	–	–	8454	+1,3
Copenhague......	981,5579	–	–	–	–	5603	+2,4
Potsdam.........	981,2754	–	–	–	–	2754	0
De Bilt..........	981,2675	–		2670	–0,5	–	–
Uccle...........	981,131	133	2	1302	–0,8	–	–
Breteuil..........	980,941	941	0	–	–	9419	+0,9
Paris............	980,**943**	**943**	0	**9442**	+1,2	**9441**	+1,1
Bâle..............	980,765	762	–3	7659	+0,9	764	–1,0
Besançon.........	980,751	752	+1	–	–	–	
Zurich...........	980,665			6643	–0,7	–	–
Lyon.............	–	618	–	6181	–	–	–
Lausanne.........	980,589	590	+1	–	–	–	–
Florence.........	980,501	500	–1	–		–	–
Rome............	980,368	366	–2	–	–	–	–
Samaden.........	980,238		–	2382	+0,2	–	–
Bernina..........	980,140	–	–	1392	–0,8	–	–
Lisbonne.........	980,0880	–	–	–	–	888	+0,8
Madrid...........	979,9810		–	–		9835	+2,5
Zi-Ka-Wei........	979,436	436	0	–	–	–	–
Hong-Kong.......	978,771	769	–2	–	–	–	–
Singapour........	978,080	080	0	–	–	–	–
		$\Delta_m =$	1,0	$\Delta_m =$	0,6	$\Delta_m =$	1,2

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur une expérience de Sagnac qui serait faite avec des flux d'électrons.* Note de M. F. **Prunier**, présentée par M. P. Langevin.

I. Le résultat de Sagnac sur la différence des temps de parcours de deux rayons lumineux, circulant en sens inverse l'un de l'autre sur une

(¹) *Mémoires de l'Institut géodésique de Danemark*, 1re série, 1, 1934, p. 1 à 164 (*Observations de l'intensité de la Pesanteur avec le nouveau pendule Holweck-Lejay*, publiées par N. E. Nörlund, avec la collaboration de A. Schneider).

(²) Moyenne des mesures de Schmehl et d'Andersen (1930).

(³) Moyenne des mesures de Pesoner et Olander (1926), de Schmehl et d'Andersen (1930).

piste solidaire d'un disque en rotation de vitesse angulaire ω, est expliqué quantitativement par toutes les théories. Si A désigne l'aire incluse dans le trajet des rayons, la différence $t_1 - t_2$ des temps de parcours a pour valeur $4\omega A/c^2$.

II. L'expérience de Haress est une expérience de Sagnac dans laquelle les rayons se propagent, non plus dans l'air libre, mais dans du verre entraîné par le disque. Les résultats sont les mêmes que ceux de Sagnac.

La théorie de Fresnel-Fizeau les explique en considérant que, l'indice n étant, dans ce cas, pratiquement indépendant du mouvement de la source et du mouvement du milieu, la vitesse des rayons par rapport à la piste est $c/n \pm v/n^2$, v désignant la vitesse linéaire d'un élément du milieu en rotation.

Pour une longueur l de ce milieu, la différence $t_1 - t_2$ est alors

$$\frac{l}{\dfrac{c}{n} - \dfrac{v}{n^2}} - \frac{l}{\dfrac{c}{n} + \dfrac{v}{n^2}},$$

soit, au second ordre en v/c près, $2lv/c^2$, comme dans le vide ou dans l'air.

Dans l'explication relativiste, on part de cette hypothèse que, pour un observateur en translation par rapport auquel un élémeut du milieu est, à un certain moment, sans vitesse, la vitesse de la lumière dans cet élément a la valeur c/n. On en tire, par la formule de composition des vitesses, la valeur de la vitesse de l'un et l'autre rayon dans un système sans rotation, mais dont l'origine serait fixée au centre du disque. Puis, par les formules de transformation de coordonnées de la cinématique ordinaire, valables en raison de la faible valeur de ω, on tire la vitesse de l'un et l'autre rayon dans le système en rotation, et le temps de parcours de chacun. Dans l'une et l'autre théorie le résultat est encore que la différence des temps de parcours des deux rayons introduite par la rotation doit avoir la valeur $4\omega A/c^2$, conformément à l'expérience.

III. Supposons maintenant qu'au lieu de deux flux de photons circulant en sens contraire l'un de l'autre sur la piste du disque en rotation, on ait deux flux analogues de particules matérielles, ou d'électrons, de vitesse V, par rapport au disque quand ce disque, dont la source émettrice et solidaire est au repos. L'expérience est censée se passer dans le vide ou dans l'air libre.

Quand le disque tourne, la vitesse des particules qui passent sur un élément du disque, par rapport à un système en translation uniforme dans lequel cet élément du disque a, à un certain instant, une vitesse nulle,

demeure égale à V : par exemple, si l'on considère le système en translation dans lequel, à un certain instant, la source a une vitesse nulle, la vitesse des particules dans ce système est encore V.

Posons $V = c/\beta$. Nous pouvons alors reproduire la théorie du paragraphe II concernant la théorie de la relativité; d'où le résultat à prévoir $t_1 - t_2 = 4\omega A/c^2$. Ce sera le même qu'il s'agisse de photons ou d'autres particules. Mais nous ne pourrons plus reproduire la théorie de Fresnel-Fizeau; dans la théorie classique la vitesse des particules matérielles ou électriques sera en effet, par rapport à la piste en rotation, V, et non pas $c/\beta \pm v/\beta^2$. On est donc conduit, dans cette théorie, à prévoir que la rotation n'introduit pas de différence de temps de parcours entre les deux flux de particules. Cela n'est pas contradictoire, dans la théorie classique, avec le fait qu'une telle différence est introduite par la rotation quand il s'agit de rayons lumineux, car c'est en raison de l'hypothèse d'un éther que la théorie classique explique les effets Sagnac et Haress.

Il y a donc bien entre les prévisions des deux théories une différence s'exprimant par un terme $1/c.(4\omega A)/c$, du premier ordre en ω/c.

Le criterium ne semble pas, pour le moment, utilisable expérimentalement, mais il n'est pas sans importance théorique.

Remarques au sujet de la Note de M. Prunier, par M. P. Langevin.

M. Prunier signale très justement que, pour des observateurs liés à un système matériel en rotation, les deux conceptions classique et relativiste de l'espace-temps présentent entre elles des désaccords du premier ordre en fonction de la vitesse angulaire ω du mouvement de rotation. En particulier, si deux mobiles parcourent dans des sens opposés une même piste fermée sur un disque en rotation, ces deux mobiles, conservant une même vitesse constante V *par rapport au disque*, la conception classique veut que le temps de parcours du circuit fermé soit le même dans les deux sens, c'est-à-dire que les deux mobiles se rencontrent toujours aux mêmes points de la piste, tandis que, dans la conception relativiste, les durées de parcours devront présenter entre elles une différence égale, au premier ordre, à $4\omega A/c^2$ si A est l'aire comprise à l'intérieur d'un circuit fermé et c la vitesse de la lumière; la durée de parcours sera la plus petite pour celui des deux mobiles qui circule sur la piste en sens inverse du mouvement de rotation d'entraînement et, par conséquent, les points de croisement des

mobiles devront, au lieu de rester fixes par rapport au disque, se déplacer sur la piste dans ce même sens inverse.

Je voudrais souligner le fait que ce résultat s'apparente étroitement à un autre désaccord du premier ordre entre les deux conceptions de l'espace-temps, celui, bien connu, qui concerne le *temps local* de Lorentz. On sait, en effet, que si deux systèmes de référence galiléens ont l'un par rapport à l'autre un mouvement de translation uniforme de vitesse v, et si la concordance des temps a été établie sur chacun d'eux par échange de signaux lumineux, il existe, entre les mesures faites dans les deux systèmes pour l'intervalle de temps entre deux événements donnés, une différence égale au premier ordre d'approximation en fonction de la vitesse v, à vl/c^2 où l représente la projection, sur la direction de la vitesse v, de la distance des deux événements dans l'espace.

Il est facile de vérifier que le résultat relatif au disque en rotation prend exactement cette forme dans le cas particulier simple d'une piste circulaire de rayon r sur laquelle la vitesse du mouvement de rotation par rapport au centre de la piste est

$$v = \omega r.$$

Les deux mobiles, qui sont supposés circuler sur cette piste dans des sens opposés se meuvent à chaque instant dans la direction de cette vitesse v et, quand ils y ont effectué chacun un tour, la différence algébrique de leurs parcours est égale au double de la longueur de la piste, donc

$$l = 2 \times 2\pi r = 4\pi r,$$

d'où, pour la différence de leurs temps locaux,

$$\frac{vl}{c^2} = \frac{4\omega\pi r^2}{c^2} = \frac{4\omega A}{c^2},$$

si A est l'aire du cercle limité par la piste.

De manière générale, on peut dire que les problèmes de ce genre sont étroitement liés à la délicate question de la définition du temps pour des observateurs solidaires du système en rotation et au fait que, contrairement à ce qui se passe pour un système galiléen, il n'est pas possible de décomposer l'espace-temps en un espace lié au système en rotation et un temps défini de manière cohérente et univoque pour tous les points de cet espace.

Limitant, sans perte de généralité, cet espace au cas à deux dimensions de la surface d'une plate-forme en rotation, nous pouvons en choisir arbitrairement un point pour centre et y adopter pour mesure du temps celle

du système de référence galiléen immobile par rapport à ce point. Si r et θ sont les coordonnées polaires autour de ce centre d'un point quelconque lié à la plate-forme, les coordonnées polaires de ce point dans le système galiléen sont

$$r' = r, \qquad \theta' = \theta + \omega t.$$

L'invariant fondamental

$$ds^2 = c^2\, dt^2 - dr'^2 - r'^2\, d\theta'^2$$

devient, en fonction de r, θ et t,

$$ds^2 = c^2\, dt^2 - dr^2 - r^2 (d\theta + \omega\, dt)^2$$

ou

$$ds^2 = (c^2 - \omega^2 r^2)\, dt^2 - 2\omega r^2\, d\theta\, dt - (dr^2 + r^2\, d\theta^2).$$

L'existence du terme rectangle en $d\theta\, dt$ montre que l'emploi, par tous les observateurs liés à la plate-forme, du temps central t tel qu'il pourrait être distribué par un poste d'émission lumineux ou hertzien placé au centre, ne permet pas, pour ces observateurs, la décomposition en espace et en temps. Pour obtenir cette décomposition dans le domaine infinitésimal, il faut écrire le ds^2 sous la forme

$$ds^2 = c^2\, d\tau^2 - \left(dr^2 + \frac{r^2\, d\theta^2}{1 - \dfrac{\omega^2 r^2}{c^2}} \right) = c^2\, d\tau^2 - d\sigma^2$$

avec

$$d\tau = \sqrt{c^2 - \omega^2 r^2} \left(dt - \frac{\omega r^2\, d\theta}{c^2 - \omega^2 r^2} \right),$$

ou, au premier ordre en ω,

$$d\tau = dt - \frac{\omega r^2}{c^2}\, d\theta.$$

L'espace caractérisé par l'élément de longueur $d\sigma$ n'est pas euclidien ; c'est celui que concerne le paradoxe d'Ehrenfest et où le rapport de la longueur d'une circonférence de rayon r à son diamètre $2r$ est égal à

$$\frac{\pi}{\sqrt{1 - \dfrac{\omega^2 r^2}{c^2}}}.$$

L'élément de temps $d\tau$, propre à la plate-forme, n'étant pas intégrable, ne permet la définition d'aucune coordonnée finie τ jouant le rôle d'un temps commun à tous les observateurs, c'est-à-dire l'établissement d'une correspondance cohérente et univoque des temps entre l'ensemble des points liés à la plate-forme.

Le temps propre du système en rotation, n'ayant pas une différentielle exacte, ne peut avoir de sens que par transport de proche en proche et le résultat de ce transport d'un point de la plate-forme à un autre dépend du chemin parcouru. Autrement dit, le transport de ce temps le long d'un circuit fermé conduit à un désaccord entre les observateurs restés au point de départ et ceux qui ont effectué le trajet, désaccord égal, au premier ordre en ω, à

$$\oint \omega r^2 d\theta = \frac{2\omega A}{c^2},$$

si A est l'aire comprise à l'intérieur du trajet. Entre deux observateurs circulant dans des sens opposés le long du même trajet fermé, le désaccord serait, après retour au point de départ, double du précédent, c'est-à-dire égal à $4\omega A/c^2$.

L'impossibilité d'associer à l'espace non euclidien lié à la plate-forme un temps défini autrement que par la forme de Pfaff $d\tau$, et le caractère multiforme qui en résulte pour le temps propre de la plate-forme, sont à rapprocher de ce qui concerne le temps propre à chaque portion de matière, défini par l'intégrale de ds/c prise le long de sa ligne d'Univers. La différence essentielle entre les deux notions est que le temps propre d'un mobile ou d'un observateur dépend seulement de celui-ci, tandis que le temps propre de la plate-forme dépend à la fois de l'espace auquel il est associé et du chemin supposé parcouru antérieurement dans cet espace.

Contrairement à l'opinion exprimée récemment par M. W. Glaser [1], je considère que la question relative aux propriétés métriques des figures tracées sur un système en rotation uniforme, c'est-à-dire à la géométrie de ce système, a un sens parfaitement précis et doit être résolue, comme l'ont indiqué Ehrenfest et Einstein, par l'affirmation du caractère non euclidien de cette géométrie.

Il en est ainsi en particulier pour les figures tracées dans un plan lié à la Terre. Le désaccord dans la mesure du temps résultant d'un tour effectué le long de l'équateur est d'environ 2×10^{-7} seconde.

---

(1) WALTER GLASER, *Zeitschrift für Physik.*, 92, 1934, p. 64.

OPTIQUE APPLIQUÉE. — *Sur le pouvoir séparateur des instruments d'optique en fonction de l'acuité visuelle.* Note [1] de M. **Albert Arnulf**, présentée par M. Ch. Fabry.

Le pouvoir séparateur visuel d'un instrument d'optique afocal supposé suffisamment parfait pour que la définition des images ne soit limitée que par les phénomènes de diffraction, et grossissement supérieur au grossissement normal, dépend uniquement des propriétés de l'œil, quel que soit ce grossissement.

Prenons le cas simple d'une lunette afocale, Ω étant le diamètre de l'objectif, ω celui de l'anneau oculaire, G le grossissement. Le grossissement étant supérieur au grossissement normal, ω est aussi le diamètre de la pupille d'entrée de l'œil. B étant la brillance, γ le contraste, le pouvoir séparateur de l'œil, s_0 s'exprimera par la formule

$$s_0 = \frac{A}{\omega} \qquad \text{avec} \quad A = f(\gamma, \beta, \omega).$$

Le pouvoir séparateur S de l'instrument sera $S = s_0/G$; or $G = \Omega/\omega$; donc $S = A/\Omega$. On aura donc

$$s_0 \omega = S\Omega = A.$$

Nous désignerons les produits $s_0\omega$ et $S\Omega$ sous le nom de pouvoir séparateur spécifique (pouvoir séparateur ramené à une valeur unitaire de la pupille) et nous aurons la règle suivante, valable quel que soit le nombre des pupilles.

Dans un instrument afocal parfait, le pouvoir séparateur spécifique relatif aux différentes pupilles est égal au pouvoir séparateur spécifique de l'œil.

Cette relation simple permettra, si la fonction A est connue, de résoudre tous les problèmes relatifs au pouvoir séparateur dans les instruments afocaux.

Nous avons entrepris la détermination de la fonction A, en mesurant le pouvoir séparateur de l'œil en fonction du contraste et de la brillance de l'objet, et de l'ouverture de la pupille. Les contrastes variaient de 1 à 0,02 pour les brillances fortes, et de 1 à 0,3 pour les brillances les plus faibles.

---

[1] Séance du 26 décembre 1934.

Nous avons utilisé sept brillances de l'objet, variant de 1,17 jusqu'à $8,9 \times 10^{-7}$ bougie par centimètre carré, et formant grossièrement une progression géométrique de raison 0,1.

Les ouvertures variables de la pupille étaient obtenues au moyen de trous de divers diamètres, placés devant l'œil. Ces diamètres figurent dans le tableau ci-après, donné à titre d'exemple, et relatif à un seul observateur pour la brillance 0,148 bougie par centimètre carré.

Pour un contraste et une brillance déterminés, la courbe de A en fonction de ω, diamètre de la pupille, décroît jusqu'à un diamètre optimum ω_m, puis croît de nouveau. Pour les fortes brillances de l'objet, ω_m est sensiblement le même pour tous les contrastes et voisin de $0^{mm},7$. Quand la brillance décroît, à partir de 0,01 b/cm², le diamètre optimum augmente et cela d'autant plus que le contraste est plus faible. Pour une brillance de 1×10^{-5} b/cm², ω_m varie de $1^{mm},25$, pour un contraste 1; à $2^{mm},75$ pour un contraste 0,1. Pour la brillance $8,9 \times 10^{-7}$ b/cm², les résultats deviennent variables d'un observateur à l'autre. Il est très intéressant de constater que pour cette brillance, qui est de 50 fois plus forte que la brillance du ciel nocturne, $s_0\omega$ décroît encore de 102 minutes à 37 minutes, quand le diamètre de la pupille passe de 6^{mm} à $1^{mm},5$.

La qualité optique de l'œil, représentée par les variations de $s_0\omega$, s'améliore donc quand le diamètre de la pupille décroît jusqu'à la valeur ω_m, et cela malgré la forte diminution de l'éclairement de l'image rétinienne qui en résulte.

Il faut donc admettre que, dans tous les cas où l'observateur n'est pas ébloui par la lumière ambiante (instruments dont l'observateur est placé dans une obscurité relative, instruments de vision de nuit), les variations de clarté ne jouent qu'un rôle tout à fait négligeable par rapport aux variations de la qualité optique de l'œil; il est alors inutile, et même nuisible, de chercher à obtenir des pupilles de sortie égales au diamètre maximum de la pupille de l'œil.

Il résulte de ce qui précède que les conditions optimum d'observation dans un instrument afocal parfait sont déterminées très simplement par le diamètre de la pupille de sortie.

Les recherches actuelles ont été faites avec la collaboration de M[lles] Darmon et Kravtzoff et de MM. Bessin et Guériau. Nous les étendons actuellement aux brillances très faibles, justiciables de la vision de nuit.

	$\gamma = 1$.		$\gamma = 0.5$.		$\gamma = 0{,}1$.		$\gamma = 0{,}04$.		$\gamma = 0{,}02$.	
ω.	s_0.	$s_0 \omega$.	s_0.	$s_0 \omega$.	s_0.	$s_0 \omega$.	s_0.	$s_0 \omega$.	s_0.	$s_0 \omega$.
mm	min	min	min	min	min	min	min	min	min	min
5,996.....	1,41	8,45	1,70	10,2	3,55	21,3	5,10	30,6	∞	∞
4,047.....	1,60	6,48	1,82	7,36	3,56	14,4	4,41	17,9	13,6	55,0
2,865.....	1,73	4,96	1,88	5,40	3,37	9,66	4,45	12,9	10,6	30,4
2,041.....	1,74	3,56	1,95	3,99	3,32	6,80	3,92	8,02	9,80	20,1
1,203.....	1,92	2,32	2,27	2,73	4,06	4,89	5,30	6,38	9,50	11,4
0,711.....	2,29	1,63	3,32	2,36	5,78	4,12	7,40	5,26	10,5	7,46
0,598.....	2,91	1,74	3,96	2,37	6,92	4,14	8,72	5,22	13,0	7,76
0,380.....	5,02	1,91	6,62	2,51	10,9	3,91	16,8	6,38	∞	∞
0,244.....	8,94	2,18	11,4	2,78	∞	∞	∞	∞	∞	∞
0,113.....	24,6	2,78	24,0	2,72	∞	∞	∞	∞	∞	∞

ÉLECTROCHIMIE. — *Capacité du mercure polarisé aux très basses fréquences.* Note de M. N. **Thon**, présentée par M. G. Urbain.

I. La capacité d'électrode peut être déterminée en enregistrant à l'oscillographe les variations de potentiel de l'électrode soumise à de faibles polarisations de très courte durée et en divisant la quantité d'électricité qui produit la polarisation par la variation de potentiel obtenue. On polarise soit en courant alternatif [Reichinstein (1), Froumkine (2)], soit en courant continu périodiquement interrompu et inversé [Le Blanc (3), Erdey-Grúz et Kromrey (4)]. Ce dernier procédé fournit des courbes plus aisément interprétables.

II. Nous avons émis (5) l'hypothèse que l'écart observé entre la capacité du mercure déterminée au pont de Wheatstone aux fréquences acoustiques ($\nu = 1000$ à $12000\ \text{sec}^{-1}$) et celle déduite de la courbe électrocapillaire pouvait être dû au caractère statique des mesures électrocapillaires ($\nu = 0$). Il y avait donc intérêt à déterminer, par la méthode décrite sous I, la capacité d'électrode aux très basses fréquences et de rechercher si, dans ces conditions, elle était indépendante de la fréquence. Les déterminations de Erdey-Grúz et Kromrey (4) ont conduit à des valeurs bien

(1) *Z. Elektrochem.*, **15**, 1909, p. 913.

(2) Réunion de la *Faraday Society*, septembre 1924 (d'après une épreuve du Rapport).

(3) *Abhandl. Bunsengesellsch.*, 1910.

(4) *Z. Physik. Ch.*, (A), **157**, 1931, p. 213.

(5) *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 2149.

inférieures à celles que Gouy [1] a déduites de la courbe électrocapillaire. Elles font apparaître, en outre, une dissymétrie très prononcée entre les capacités calculées à partir des impulsions cathodiques et anodiques, ces dernières étant plus élevées le long de toute la courbe. Ces résultats demandaient donc à être vérifiés.

III. Lors des mesures faites au pont de Wheatstone [2], nous avions reconnu que la présence de certaines substances organiques, en particulier de la picéine, avait pour effet d'abaisser considérablement la capacité d'électrode [3]. Nous avions par conséquent adopté pour les électrodes de mercure des cuvettes hémisphériques de platine *soudées* directement au verre, à l'exclusion de tout mastic, et amalgamées intérieurement pour empêcher la pénétration de la solution entre le mercure et la paroi. Dans les présentes expériences, la surface du mercure, considérée comme calotte sphérique, est de $0^{cm^2},9$.

Le fond de notre récipient de polarisation est constitué par une grande masse de mercure, servant à la fois d'électrode pour les polarisations alternées de courte durée et pour la polarisation permanente. Cette dernière se fait à travers une forte self-induction. Le circuit de polarisation alternée et interrompue (tension continue de 30 à 45 volts, résistance de 5.10^5 à 2.10^6 ohms) comporte un commutateur-interrupteur rotatif dont chaque tour correspond à deux charges cathodiques et deux anodiques. Les impulsions de courant sont séparées par des périodes d'interruption d'une durée double de celle des périodes de charge. L'intensité de courant est de l'ordre 10^{-5} ampère, la quantité d'électricité fournie à l'électrode dans chaque charge, de l'ordre 10^{-7} coulomb.

La différence de potentiel entre l'électrode de mercure étudiée et une électrode auxiliaire de platine (fonctionnant comme électrode à hydrogène) est appliquée à un amplificateur à tension continue, à deux étages. L'oscillographe (type Dubois), branché en dérivation sur le circuit plaque de la lampe de sortie, par l'intermédiaire d'une contre-batterie, accuse un courant de 0,119 mA par 1 mV d'entrée. Sur les oscillogrammes, 1^{mm} d'abscisse correspond à 8.10^{-4} sec, 1^{mm} d'ordonnée à 1,31 mV.

IV. Les valeurs reproduites ci-après ont été obtenues avec une solu-

---

(1) *Ann. Chim. phys.*, 7e série, **29**, 1903, p. 145.

(2) *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 1220, 1681 et 2149.

(3) Cet effet a été également constaté par Froumkine (*loc. cit.*).

tion de LiCl à 0,5 mol-gr/litre, exempte d'oxygène et constamment saturée d'hydrogène. Les potentiels se rapportent à une électrode à calomel plongeant dans la même solution, reliée au récipient par l'intermédiaire d'un robinet fermé. Les mesures faites aux deux fréquences : $\nu = 9\,\mathrm{sec}^{-1}$, durée d'une charge $1,85.10^{-2}$ sec et $\nu = 31\,\mathrm{sec}^{-1}$, durée d'une charge $5,4.10^{-3}$ sec, ont conduit à des valeurs de capacité identiques. Contrairement aux constatations d'Erdey-Gruz et Kromrey (*loc. cit.*), il y a *concordance parfaite entre les capacités calculées à partir de la polarisation cathodique et anodique.* Nous n'avons pu déceler dans nos oscillogrammes aucune trace de dissymétrie.

Potentiel (volts).	μF/cm².	Potentiel (volts).	μF/cm².
—0,534	31,6	—1,35	25,0
—0,705	17,0	—1,49	25,8
—0,960	18,2	—1,63	28,4
—1,16	23,0	—1,80	36,0

Ces valeurs sont en accord avec les capacités déterminées à partir de la courbe électrocapillaire. Le minimum de capacité paraît se situer vers — 0,8 volt.

V. L'indépendance de la capacité de la fréquence indique que, dans l'intervalle de potentiel considéré, les valeurs mesurées représentent les capacités *vraies* de la couche double mercure/solution. La variation en fonction du potentiel semble relever d'un changement de l'épaisseur moyenne du condensateur d'électrode. Il paraît raisonnable d'invoquer, le long de la branche descendante de la courbe de capacité, une augmentation progressive de la proportion de cations dans la couche ionique, aux dépens des anions adsorbés. Sur la branche ascendante, l'accroissement de la capacité serait dû à un rapprochement des deux armatures du condensateur par suite de la déshydratation des cations.

MAGNÉTOOPTIQUE. — *Sur les variations de la biréfringence magnétique des sels céreux en solution.* Note de M. **Charles Haenny**, présentée par M. G. Urbain.

La biréfringence magnétique résultant de l'existence simultanée, pour une même particule, d'anisotropies optique et magnétique, l'étude de cet effet peut renseigner sur l'une de ces propriétés si l'autre est connue.

L'anisotropie optique moléculaire se détermine, dans le cas des liquides organiques purs, par la mesure de la dépolarisation de la lumière diffusée. L'effet Cotton-Mouton a, par suite, permis de mettre en évidence les variations de l'anisotropie magnétique relative à ces molécules.

L'anisotropie optique des constituants de milieux liquides plus complexes, tels que les solutions de composés minéraux, difficilement décelables de la même manière, paraît être restée tout à fait inconnue.

La mesure de l'anisotropie paramagnétique dont provient la biréfringence magnétique des sels céreux dissous [1] est donnée par la valeur du moment magnétique. Celui-ci restant le même pour les divers sels céreux étudiés, quelle que soit la nature de la solution [2], l'étude de l'effet magnétooptique sera susceptible d'indiquer le sens des variations de l'anisotropie optique des particules paramagnétiques.

J'ai comparé entre elles les biréfringences magnétiques de six solutions de sels céreux dans l'eau, en présence ou non d'acide libre, et dans l'alcool. La biréfringence magnétique des constituants diamagnétiques pouvant être ici facilement négligée, j'ai rapporté à une même masse de cérum céreux les ellipticités mesurées pour chacune des solutions soumises, dans les mêmes conditions, à l'action d'un même champ magnétique dans l'entrefer de l'électroaimant de l'Académie des Sciences à Bellevue. Ce sont des biréfringences spécifiques désignées ci-dessous par b_s.

Composition des solutions en grammes par gramme de solution.	$\lambda = 546\,\mu$, $t = 25°$ C.
Nitrate céreux : $Ce = 0,0701$	$-13{,}86$
» : $Ce = 0,1595$	$-16{,}8$
» : $Ce = 0,2495$	$-17{,}9$
Nitrate + HNO^3 : $Ce = 0,1404$; $HNO^3 = 0,288$	$-11{,}0$
Nitrate double de Ce^{+++} et Mg^{++} : $Ce = 0,234$	$-16{,}1$
Chlorure céreux + HCl : $Ce = 0,1243$ $HCl = 0,08$	$-14{,}5$
Perchlorate céreux + $HClO^4$: $Ce = 0,096$	$-12{,}3$
Nitrate céreux dans l'alcool : $Ce = 0,1314$; $H^2O = 0,1014$	$-7{,}0$
Acétate céreux + acide acétique : $Ce = 0,0589$	$-2{,}3$

On voit que les biréfringences de ces sels céreux sont fortement influencées par la nature du solvant et surtout par celle de l'anion. Les anisotropies optiques relatives aux particules paramagnétiques de ces diverses solutions doivent donc présenter entre elles des différences considérables.

---

(1) Ch. Haenny, *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 1207.
(2) Ch. Haenny et G. Dupouy, *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 843.

Les valeurs de b_s étant particulièrement grandes pour les solutions aqueuses des sels d'acides forts, moins grande pour la solution dans l'alcool et très faible dans le cas de l'acétate, cet effet de biréfringence doit être considéré comme une propriété essentiellement ionique. L'anisotropie optique particulièrement forte de l'ion céreux libre doit être atténuée par la formation de complexes moléculaires ou ioniques, soit que le rapport des axes inégaux de l'ellipsoïde optique se rapproche de l'unité, soit que certains de ces complexes puissent présenter une biréfringence positive capable de compenser partiellement la forte biréfringence négative observée dans le cas où ces solutions sont des électrolytes forts.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Chaleur latente de vaporisation et température caractéristique*. Note [1] de M. **Raymond Lautié**, présentée par M. Georges Urbain.

W. Herz [2] a montré que, pour les liquides normaux ou peu associés, la densité caractéristique $D - D_c$ est reliée à la température caractéristique $\Theta = T_c - T$ par la relation empirique

$$D - D_c = \frac{D_0 - D_c}{T_c^{\gamma}} \Theta^{\gamma}. \tag{1}$$

et nous savons [3] d'autre part que la différence des densités liquide-vapeur d'un corps pur, pratiquement pas dissocié, obéit à l'équation demi-théorique

$$D - d = \frac{D_0}{T_c^{0,3}} \Theta^{0,3}. \tag{2}$$

Au zéro absolu, les dérivées par rapport à T des relations (1) et (2) doivent être égales. Donc $\gamma / 0,3 = D_0 / D_0 - D_c$. Comme en général $D_0 = 4 D_c$, $\gamma / 0,3 = 4/3$, $\gamma = 0,4$ et par conséquent

$$(D - d)^4 = \frac{D_0^4}{(D_0 - D_c)^3} \times (D - D_c). \tag{3}$$

Mac Léod [4] donne

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{D_0^4} (D - d)^4, \tag{4}$$

---

(1) Séance du 10 décembre 1934.

(2) W. Herz, *Zeits. für Eleckt.*, 33, 1907, p. 348.

(3) R. Lautié, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 933.

(4) Mac Léod, *Trans. Faraday Society*, 19, 1923, p. 38.

où γ est la tension superficielle. En comparant (3) et (4), nous obtenons

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{(D_0 - D_c)^3}(D - D_c)^3, \tag{5}$$

qui n'est autre que la formule déjà trouvée empiriquement par W. Herz (1).

Des résultats précédents, nous déduisons

$$D_c - d = \frac{D_0}{T_c^{0,3}}\Theta^{0,3} - \frac{D_0 - D_c}{T_c^{0,4}}\Theta^{0,4} \qquad \text{et} \qquad \frac{D + d}{2} = D_c + \frac{D_0 - D_c}{T_c^{0,4}}\Theta^{0,4} - \frac{D_0}{2T_c^{0,3}}\Theta^{0,3}.$$

Cette dernière relation s'est souvent montrée aussi satisfaisante que la loi généralisée du diamètre due à Cailletet et Mathias.

W. Herz (2) a proposé la relation empirique

$$L = \frac{L_0}{D_0 - D_c}(D - D_c), \tag{6}$$

où L désigne la chaleur latente de vaporisation. En combinant (5) et (6), nous obtenons

$$L = \frac{L_0}{\gamma_0^{1/3}} \cdot \gamma^{1/3}, \tag{7}$$

déjà démontrée par Van Laar (3) par un tout autre raisonnement théorique. Enfin de (3), (6) et (7), nous déduisons

$$L = \frac{L_0}{D_0^{4/3}} \cdot (D - d)^{4/3} = \frac{L_0}{T_c^{0,4}} \cdot \theta^{0,4}. \tag{8}$$

Nous aurions pu arriver directement à cette relation en nous servant de l'équation théorique (7) de Van Laar et de $\gamma = \gamma_0 / T_c^{6/5} \cdot \theta^{6/5}$ que nous avons déjà proposée (2).

Appliquée sous la forme $L = (11,15) \cdot \theta^{0,4}$ au pentane normal d'après les données expérimentales de Cailletet et Mathias, la relation (8) nous a fourni les résultats suivants :

θ.......	167,2.	157,2.	137,2.	117,2.	97,2.	77,2.	57,2.	37,2.	17,2.	7,2.	2,2.	0.
L (cal/g)...	85,76	84,31	80,07	75,33	69,94	64,48	56,58	47,42	35,01	24,68	15,66	0
L (théor.)...	86,41	base	79,84	74,96	69,56	64,44	56,27	47,37	34,80	24,56	15,64	0

L'accord est satisfaisant.

(1) W. Herz, *Zeits. anorg. Chem.*, 175, 1928, p. 277.
(2) W. Herz, *Zeits. anorg. Chem.*, 159, 1927, p. 304.
(3) Van Laar, *Zeits. anorg. Chem.*, 180, 1929, p. 193.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Contribution à l'étude de la phototropie. Trois nouveaux corps phototropes.* Note[1] de M. **Arnaldo Peres de Carvalho**, présentée par M. Delépine.

I. La phototropie, on le sait, est la propriété que présentent certaines substances de subir un changement de couleur réversible par l'action des radiations lumineuses.

Signalée depuis 1881 (Phipson), elle a fait l'objet de nombreux travaux[2] : pourtant son mécanisme demeure assez complexe et aucune des théories proposées pour son explication n'est capable d'interpréter tous les faits expérimentaux connus.

Jusqu'à présent, en ce qui concerne les substances organiques, elle n'a été rencontrée que dans un nombre très restreint de catégories chimiques.

Au cours de mes recherches, j'ai eu l'occasion de l'observer chez trois nouveaux corps : le diphénacyldiphénylméthane (I), la tétraphényl-2.4.4.6-dihydro-1.4-pyridine (III), le tétraphényl-2.4.4.6-dibenzoyl-3.5-tétrahydro-pyran (IV). A ma connaissance, ces composés constituent dans leurs classes respectives les premiers exemples de corps phototropes; c'est pourquoi j'ai tenu à présenter ces observations, susceptibles d'apporter une contribution à la connaissance du phénomène.

II. Les trois dérivés précités présentent la phototropie à l'état cristallin. Tous les trois, incolores à l'obscurité, deviennent violets par exposition à la lumière, puis reprennent la couleur primitive une fois en dehors de l'action des radiations excitatrices. Pour la tétraphényldihydro-pyridine ainsi que pour le tétraphényldibenzoyl-tétrahydro-pyran, le violet a été la seule couleur observée dans les formes excitées, tandis qu'avec le diphénacyldiphénylméthane, j'ai eu l'occasion d'observer des teintes allant du vert jaune au violet. Cette variation de la couleur induite *semble liée aux dimensions des cristaux.*

L'intervalle de temps nécessaire pour produire une des transformations varie avec le corps en question : ainsi pour le diphénacyldiphénylméthane et pour la tétraphényldihydro-pyridine, l'apparition de la couleur demande quelques minutes à peine, tandis que le tétraphényldibenzoyl-tétrahydro-pyran a besoin d'une excitation bien plus longue. Dans les

---

(1) Séance du 26 décembre 1934.

(2) Pour plus de détails voir L. Chalkley, *Chem. Rev.*, 2, 1929, p. 217.

trois cas, la décoloration à l'obscurité est toujours plus lente que la transformation directe (de quelques heures à quelques jours).

J'ai eu encore l'occasion d'observer le phénomène connu sous le nom de fatigue, sur les trois corps étudiés, phénomène qui est cependant plus marqué avec la tétraphényldihydro-pyridine. Ce corps perd complètement les propriétés phototropiques après une dizaine de transformations réversibles complètes et il semble même profondément altéré puisque son point de fusion descend à 225° (au lieu de 235-236° pour le produit pur).

Dans les deux autres dérivés, aucune modification n'a été observée dans les constantes physiques après la perte de la phototropie, et il suffit, dans les trois cas, d'une recristallisation, pour voir apparaître à nouveau les propriétés phototropiques.

Les solutions de ces composés sont insensibles à l'action de la lumière, et si l'on dissout une des formes colorées, même sans élévation de température, la solution obtenue est toujours incolore.

$(C^6H^5)_2C(CH^2-CO-C^6H^5)_2$

(I).

$(BrC^6H^4)_2C(CH^2-CO-C^6H^5)_2$

(II).

C^6H^5 C^6H^5 — C; HC, CH; C^6H^5C—, C—C^6H^5; NH

(III).

C^6H^5 C^6H^5 — C; C^6H^5—CO—HC, CH—CO—C^6H^5; C^6H^5—C, C—C^6H^5; O

(IV).

C^6H^5 C^6H^5 — C; HC, CH; C^6H^5—C, C—C^6H^5; O

(V).

Le changement phototropique des corps étudiés est nettement influencé par la température : aux environs de 80°, les formes colorées deviennent instantanément incolores. Sur la nature des radiations excitatrices, je n'ai pu faire que quelques observations qualitatives. La transformation dans la forme colorée se fait, pour n'importe lequel des trois composés, à la lumière solaire directe aussi bien qu'à la lumière diffuse et la vitesse de

coloration est singulièrement augmentée si l'exposition se fait à la lumière de l'arc à vapeur de mercure. De plus, la coloration d'un échantillon contenu dans un récipient en verre pyrex est toujours plus lente qu'à travers une paroi de verre ordinaire. Ces observations permettent de conclure que les radiations actives appartiennent à la région des faibles longueurs d'onde, ce qui est d'accord avec les données établies par différents auteurs.

III. Il convient toutefois d'insister sur la différence de comportement vis-à-vis de la lumière de molécules de constitutions assez rapprochées.

Ainsi, tandis que le diphénacyldiphénylméthane est nettement phototrope, le diphénacyl-($p.p'$-dibromo)-diphénylméthane (II) qui ne diffère du premier que par les deux substituants en $p.p'$ ne présente pas la phototropie. De même, la structure de la tétraphényldihydro-pyridine, qui est phototrope, est bien proche de celle du tétraphényl-γ-pyran (V), qui ne l'est pas.

Les propriétés phototropiques doivent donc relever d'un mécanisme intramoléculaire, très délicat, que les plus légères modifications structurales suffisent à déranger.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur quelques réactions du sulfate de cobalt en solution dans la glycérine.* Note [1] de M. **Marcel Châtelet**, présentée par M. G. Urbain.

Le sulfate de cobalt à sept molécules d'eau se dissout en grande quantité dans la glycérine pure, lentement à la température ordinaire en raison de la viscosité du solvant, rapidement à 100°.

I. La solution rouge obtenue, traitée par l'alcool, laisse déposer une masse visqueuse, qui, par essorage prolongé sur une plaque filtrante en pâte de verre, se résout en cristaux rouge foncé qu'il est très difficile de débarrasser de la glycérine qui les souille. Par lavage prolongé au benzène, on s'approche de la formule $(SO^4Co)^3C^3H^8O^3$, mais il reste toujours un excès notable de glycérine dans les cristaux. Si, au contraire, on cherche à préparer ce corps en faisant digérer le sulfate de cobalt heptahydraté dans la glycérine, le corps obtenu contient toujours un peu moins de glycérine que ne le veut la formule, parce que l'on n'arrive pas à déplacer d'une façon absolument complète l'eau de cristallisation du sulfate initial.

---

(1) Séance du 10 décembre 1934.

II. Alors que les solutions aqueuses de SO^4Co donnent avec l'ammoniac un précipité d'hydroxyde, soluble en jaune, seulement dans un excès de réactif, et que la solution ainsi obtenue, très instable, ne permet pas d'isoler la combinaison formée, la solution glycérique additionnée de solution ammoniacale à 20 pour 100 vire au jaune sans donner de précipité et donne une liqueur qui additionnée de son volume d'alcool absolu laisse précipiter une poudre jaune pâle dont la composition centésimale correspond à la formule

$$(SO^4Co.4.NH^3)^3\,(C^3H^8O^3).$$

Ce corps se conserve parfaitement à l'air sec, mais les moindres traces d'humidité le décomposent avec précipitation d'hydroxyde de cobalt.

III. Si, dans une solution saturée de sulfate de cobalt dans la glycérine, on fait passer un courant de gaz chlorhydrique sec, il se produit une réaction assez énergique se traduisant par un échauffement de la masse, et l'on peut dissoudre dans la solution des quantités de plus en plus grandes de $SO^4Co, 7H^2O$ jusqu'au moment où le gaz HCl continuant à passer, il se produise une précipitation abondante. Le produit filtré et essoré se compose de chlorure de cobalt combiné à de la glycérine. Le courant d'acide HCl a donc déplacé l'acide sulfurique du sulfate de cobalt. Le produit brut obtenu est souillé d'impuretés constituées par de l'acide sulfurique et chlorhydrique et de la glycérine; après lavage au benzène et à l'éther, il ne subsiste plus que des traces d'acide chlorhydrique libre et la composition du corps violet obtenu correspond à la formule $CoCl^2C^3H^8O^3$.

Il est à remarquer que le précipité qui se forme dans la solution est très probablement un corps $(CoCl^2)(C^3H^8O^3)nHCl$ qui, lors de la filtration à l'air, perd n molécules d'HCl libre. En effet, $(CoCl^2)(C^3H^8O^3)$, maintenu dans un courant d'HCl, devient bleu et donne une combinaison dont je n'ai pas encore pu déterminer la formule.

CHIMIE MINÉRALE. — *Étude des produits de décomposition du perchlorate d'ammonium.* Note de M. **Maurice Dodé**, présentée par M. G. Urbain.

D'après Groth [1], la décomposition du perchlorate d'ammonium aurait lieu d'une façon comparable à celle des perchlorates alcalins

$$(1)\qquad ClO^4NH^4 = ClNH^4 + 2O^2;$$

---

(1) *Pog. Ann.*, 133, 1868, p. 213.

cette réaction étant néanmoins accompagnée d'une réaction secondaire donnant naissance à un peu de chlore.

Au contraire, d'après Berthelot (1), il se formerait de l'eau, du chlore, de l'azote et de l'oxygène :

$$(2) \qquad 2ClO^4NH^4 = Cl^2 + 4H^2O + N^2 + 2O^2.$$

Ayant, pour ma part, observé de façon fortuite que la décomposition de ce sel donnait naissance à des vapeurs nitreuses, produits non signalés par les expérimentateurs précédents, il me parut intéressant de reprendre la question.

L'étude a été effectuée sur du perchlorate d'ammonium commercial purifié par quatre cristallisations dans l'eau, puis séché dans le vide sur anhydride phosphorique. Le sel ainsi obtenu se décompose lentement à partir de 150° et déflagre vers 400°, la réaction étant alors accompagnée de lumière; les produits fournis par la décomposition sont différents suivant que celle-ci a lieu avec ou sans explosion, mais en aucun cas ils ne correspondent aux équations données ci-dessus.

Lors de la décomposition lente, il se sublime bien une matière blanche, analogue comme aspect au chlorure d'ammonium, mais elle est constituée par du perchlorate d'ammonium absolument exempt de chlorure ; il y a là un phénomène de sublimation apparente, due à une dissociation du sel suivie d'une recombinaison dans les parties froides, qui a induit Groth en erreur.

Quant à l'équation de Berthelot, elle est également inexacte en ce sens qu'il considère comme de l'azote ce qui est en réalité son protoxyde N^2O. La réaction principale doit alors être écrite

$$(3) \qquad 4ClO^4NH^4 = 2Cl^2 + 8H^2O + 2N^2O + 3O^2.$$

Il se forme en outre un peu d'un oxyde du chlore, probablement ClO^2, des traces d'azote et des traces de produits nitreux.

Lorsque la réaction est effectuée au-dessus de 300°, la proportion d'azote et de vapeurs nitreuses tend à augmenter, mais même au voisinage de 400°, la réaction (3) est encore prépondérante.

A température plus élevée, la décomposition devient explosive et s'effectue suivant un mécanisme tout à fait différent; il se forme encore bien de l'eau et du chlore, mais la presque totalité de l'azote passe à l'état

(1) *Ann. Chim.*, 5e série, 27, 1882, p. 218.

nitreux; comme on se trouve en présence de chlore et d'oxygène, on obtient un mélange complexe correspondant à l'équilibre du système Cl^2, O^2, NO^2, N^2O^3, NOCl. La réaction peut alors s'écrire

(4) $$2ClO^4NH^4 = 4H^2O + [Cl^2, O^2, 2NO],$$

la partie entre crochets représentant la composition globale de ce système complexe.

Cette équation (4) n'est d'ailleurs qu'une équation limite, très probablement applicable à la déflagration de grosses quantités de perchlorate d'ammonium. Dans les conditions où nous opérions ($0^g,2$ à $0^g,3$ de matière) la durée de l'échauffement n'était pas négligeable, en sorte que, les réactions (3) et (4) se superposant, nous avons toujours eu formation de protoxyde d'azote et d'azote (de 5 à 10 pour 100 de chacun suivant les essais).

Nous voyons donc que la décomposition du perchlorate d'ammonium est à rapprocher de celle du nitrate qui, au voisinage de sa température de fusion, fournit du N^2O sensiblement pur, alors qu'à température plus élevée l'azote et le nitrosyle apparaissent.

Méthodes suivies pour l'étude de la décomposition. — Le perchlorate d'ammonium ($0^g,2$ à $0^g,3$) est chauffé dans le vide et les gaz formés sont condensés par l'air liquide; seuls l'oxygène et l'azote se dégagent. La décomposition terminée, on introduit dans l'appareil 50 à 60^{cm^3} d'oxygène, de façon à rendre possible la transformation en azotyle de tout le nitrosyle présent. A partir de ce moment deux méthodes ont été utilisées :

a. On laisse réchauffer et l'on introduit 10^{cm^3} d'iodure de potassium normal; le chlore et les oxydes supérieurs de l'azote s'absorbent :

$$Cl^2 + 2IK = 2ClK + 2I, \qquad 2NO^2 + H^2O = NO^3H + NO^2H,$$

$$NOCl + IK = ClK + I + NO, \qquad NO^2H + IK = KOH + NO, \qquad NO + \frac{1}{2}O^2 = NO^2,$$

soit à la limite $NO^2 + 1/2\,O^2 + IK = NO^3K + I$.

On condense à nouveau dans l'air liquide et l'on extrait l'excès d'oxygène. Le remplacement de l'air liquide par le mélange neige carbonique acétone provoque le dégagement du N^2O.

Outre l'iode libéré, la solution aqueuse peut également contenir des oxydes du chlore, qui réagissent mal sur l'iodure de potassium en milieu neutre; on ajoute alors 5^{cm^3} d'acide sulfurique N/2 :

$$ClO^2 + 5IK + 2SO^4H^2 = KCl + 2SO^4K^2 + 5I + 2H^2O,$$

Le dosage de l'iode fournit la somme du chlore, du nitrosyle et des

oxydes du chlore; celui de l'acide disparu donne une idée sur la teneur en oxydes du chlore. Le dosage final de la somme iode plus chlore permet d'avoir le chlore total; combinés aux gaz recueillis, ces résultats fournissent tous les éléments nécessaires à l'analyse.

b. On laisse réchauffer et l'on introduit 10^{cm^3} d'une solution de potasse normale; le chlore, ses oxydes et les oxydes supérieurs de l'azote s'absorbent. On extrait le N^2O comme précédemment; la réduction du nitrate de potassium à l'état d'ammoniac permet le dosage des vapeurs nitreuses. Cette méthode est particulièrement utile pour la caractérisation des traces de vapeurs nitreuses qui prennent naissance lors de la décomposition lente; il faut alors les rechercher par colorimétrie, au moyen du nitrophénate d'ammonium.

Un Mémoire détaillé paraîtra dans un autre Recueil.

MÉTALLURGIE. — *Sur le recuit de l'aluminium pur et son utilisation possible comme criterium de pureté de ce métal.* Note de M. **Jean Calvet**, présentée par M. Léon Guillet.

On sait que la présence d'impuretés dans un métal en diminue habituellement la vitesse de recuit après écrouissage. On devait donc s'attendre à ce que l'aluminium de très grande pureté, que l'on prépare industriellement en France, se recuise rapidement à des températures relativement basses. Les expériences qui suivent montrent qu'il en est bien ainsi; mais nous avons observé de plus que la vitesse de recuit du métal laminé était influencée à un extrême degré par les moindres variations dans la teneur des impuretés.

Pour étudier l'action des éléments étrangers, nous avons comparé, après leur avoir fait subir un même écrouissage, les vitesses de recuit d'une série d'aluminiums raffinés dont les titres allaient de 99,96 (aluminium Hoopes) à 99,9986 (le meilleur métal fabriqué jusqu'ici en France). Les échantillons étudiés contenaient les impuretés habituelles : fer, silicium et cuivre, dosables par des méthodes colorimétriques. Leur spectre d'arc a montré en plus la présence d'une très faible quantité de magnésium.

Le mode d'écrouissage adopté a été un laminage à froid de l'aluminium en lingots, amenant l'épaisseur de $20^{mm},4$ à $1^{mm},5$ en 10 passes. Tous les métaux ont été laminés très exactement de la même façon : c'est là une nécessité absolue si l'on veut étudier l'influence des impuretés et elle seule.

En outre, l'expérience nous ayant montré que l'aluminium très pur évolue vite après écrouissage même à des températures à peine supérieures à la température ambiante, nous nous sommes efforcé d'éviter autant que possible l'échauffement du métal au cours du laminage et pendant la préparation des éprouvettes de traction.

Voici tout d'abord la charge à la rupture des métaux laminés, avant tout recuit :

Titre du métal.....	99,9986	99,997	99,996	99,995	99,99	99,98	99,96
R (en kg/mm²).....	12,68	13,33	13,90	14,10	14,55	14,80	15,98

On voit qu'elle augmente d'une façon très régulière avec la teneur en impuretés.

Mais c'est surtout dans l'étude des vitesses de recuit que l'on trouve entre ces métaux des différences considérables. Nous avons consigné dans le tableau suivant quelques-uns des résultats obtenus pour l'aluminium le plus pur :

Aluminium à 99,9986 *environ.*

Durée à 130°...	0.	15 s.	30 s.	45 s.	2 min.	1 h.	6 h.	14 h.	43 h.	113 h.		
R (kg/mm²)...	12,21	6,89	5,88	5,14	5,17	5,01	5,09	5,43	5,12	5,17	–	–
Allong. (%)...	8,5	34,3	41,1	46,4	51,1	51,4	48,9	49,3	50	61,8	–	–
Durée à 100°...	0.	45 s.	2 min.	6 min.	10 min.	1 h.	6 h.	24 h.	72 h.	120 h.		
R (kg/mm²)...	12,97	7,22	5,99	5,40	5,19	5,37	5,40	5,08	4,94	5,08	–	–
Allong. (%)...	6,2	18,5	43,3	46,3	50	54,4	55,5	55,9	51,8	50,9	–	–
Durée à 80°....	0.	2 min.	10 min.	20 min.	1 h.	6 h.	16 h.	24 h.	48 h.	96 h.	168 h.	192 h.
R (kg/mm²)...	12,44	8,42	6,22	5,32	5,34	5,03	5,11	5,03	5,23	5,11	5,22	5,02
Allong. (%)...	8,4	11,5	31,5	43,8	47,7	46,1	53,8	49,6	54,6	51,9	55,7	53,1
Durée à 60°....	0.	10 min.	1 h.	2 h.	6 h.	24 h.	48 h.	96 h.	192 h.	312 h.	384 h.	
R (kg/mm²)...	12,69	9,02	6,52	6,83	5,71	5,58	5,82	5,41	5,48	5,26	5,61	
Allong. (%)...	9	16,1	23,1	19,1	42,3	42,3	53,8	40,4	47,3	40,4	44,2	–
Durée à 40°....	0.	10 min.	1 h.	6 h.	24 h.	48 h.	96 h.	192 h.	384 h.			
R (kg/mm²)...	12,51	12,32	10,54	7,73	7,17	6,30	6,90	6,11	6,61	–	–	
Allong. (%)...	8,1	8,1	9,2	22,2	22,9	32,2	35,2	34,8	32,2	–	–	–
Durée à 16°....	0.	40 h.	96 h.	192 h.	480 h.	4128 h.						
R (kg/mm²)...	12,86	8,72	7,94	8,71	7,11	6,75	–	–	–	–	–	–
Allong. (%)...	9,2	17,8	16,4	21,4	37,5	42,8	–	–	–		–	–
Durée à 0°.....	0.	48 h.	96 h.	192 h.	480 h.							
R (kg/mm²)...	12,86	11,08	10,40	9,47	8,77	–	–	–	–	–	–	–
Allong. (%)...	9,2	9,3	12,5	15	12,8	–	–	–	–	–	–	–

On peut voir qu'après un écrouissage dans les conditions spécifiées précédemment, le recuit de l'aluminium à 99,9986 est terminé après 6 à 10 minutes à 100°. L'évolution est encore rapide à 16° et, après un temps suffisant, on arrive à un métal présentant un fort allongement. Enfin il se produit un recuit même à 0° et il est probable qu'à des températures encore inférieures la diminution de la charge à la rupture doit être nettement marquée.

Lorsque la teneur en impuretés augmente, les vitesses de recuit diminuent d'une façon tout à fait frappante. Par exemple, à 100°, un métal à 99,997 n'est pas encore complètement recuit après 6 heures. Lorsque le titre s'abaisse à 99,996 la vitesse de recuit à 100° devient très petite : après 240 heures la charge à la rupture a diminué seulement de 17 pour 100 et l'allongement n'a pas encore augmenté. Ce même métal à 99,996 n'évolue pas encore très vite à 175°, température à laquelle son recuit complet exige environ 48 heures. On doit remarquer d'ailleurs que des variations sur le titre du métal aussi faibles que celles que nous venons de citer et qui n'atteignent guère que 1/100000ᵉ traduisent en réalité des changements très importants dans la quantité des impuretés; il n'est donc pas étonnant qu'elles aient des répercussions considérables sur les propriétés du métal.

Dans le cas des métaux plus impurs, il faut s'élever encore dans l'échelle des températures pour obtenir des changements rapides : à 225° un aluminium à 99,99 n'est pas tout à fait recuit après 1 heure; le même résultat n'est pas encore atteint après 24 heures avec un métal à 99,98, et après 100 heures, avec un métal à 99,96.

Il résulte de ces expériences que l'étude du recuit après écrouissage de l'aluminium raffiné constitue un moyen extrêmement sensible permettant de déterminer le degré de pureté du métal.

Cette étude nous a montré, en outre, qu'un aluminium à 99,9986 environ présente un recuit spontané déjà rapide à la température ambiante. C'est là un exemple net du rôle énorme que jouent les petites quantités d'éléments métalliques étrangers présents dans l'aluminium; il est, par suite, possible d'envisager pour le métal complètement dépourvu d'impuretés des propriétés d'écrouissage et de recuit se rapprochant de celles du plomb.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Structure cristalline de la manganite.* Note [1] de M. **Jules Garrido.**

Les minéralogistes ont rapproché la manganite ($Mn^2O^3.H^2O$) du diaspore ($Al^2O^3.H^2O$) et de la goethite ($Fe^2O^3.H^2O$) à cause des analogies cristallographiques (paramètres, clivages, etc.). Il nous a paru intéressant de voir au moyen des rayons X jusqu'à quel point cette analogie se poursuit dans la structure.

On connait les structures du diaspore [2] et de la gœthite [3]; voici ce que nous avons trouvé pour la manganite.

La plupart des cristaux de manganite que nous avons utilisés montrent au microscope en lumière réfléchie deux systèmes de plages à orientation optique différente. Mais les diagrammes qu'ils nous ont fourni aux rayons X ne diffèrent pas de ceux obtenus avec un cristal optiquement homogène.

Les dimensions de la maille, mesurées à l'aide de la méthode du cristal tournant autour des trois rangées principales sont :

$$a = 8{,}84\,\text{Å}, \qquad b = 5{,}23\,\text{Å}, \qquad c = 5{,}74\,\text{Å}.$$

avec 8^{mol} ($MnO.OH$) dans la maille.

Il faut placer donc, 8 atomes de manganèse, 16 d'oxygène et 8 d'hydrogène.

L'étude des diagrammes de rayons X permet de constater que les spectres de diffraction (HKL) avec H ou L impair sont extrêmement faibles et peu nombreux. Cette observation nous conduit à envisager une sous-période très marquée avec les dimensions $a = 4{,}42$ Å; $b = 5{,}23$ Å; $c = 2{,}87$ Å. C'est la maille trouvée par Ferrari et Scherillo [4].

Dans une première approximation nous allons faire abstraction de la maille véritable et considérer seulement la sous-période. Les indices (*hkl*) des plans et les coordonnées étant rapportés à cette sous-période, on arrive

---

(1) Séance du 26 décembre 1934.

(2) Deflandre, *Bull. Soc. franc. Min.*, 55, 1932, p. 140.

(3) Goldsztaub, *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 964.

(4) Ferrari et Scherillo, *Zeit. f. Krist.*, 78, 1931, p. 496.

aux règles de sélection suivantes :

Spectres *hko* : aucune loi d'extinction;
Spectres *okl* : disparaissent quand $k + l =$ nombre impair;
Spectres *hol* : disparaissent quand $h + l =$ nombre impair.

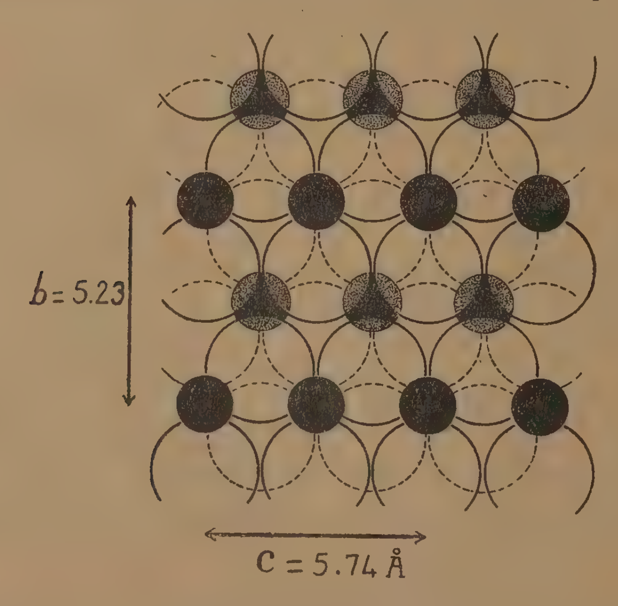
Ce qui nous conduit au groupe $Pnnm(D_{2h}^{12})$ *pour la sous-période*.

Le volume occupé par chaque atome d'oxygène dans la manganite, $16,8 \times 10^{-24}$ cm³, est voisin de celui qui correspond à un empilement compact. Cet empilement, d'après les dimensions de la maille, ne peut être que du type hexagonal.

Pour former un assemblage de cette sorte dans le groupe P*nnm*, les atomes d'oxygène doivent occuper des positions voisines de celles déterminées par les coordonnées.

0,250;	0,662;	0
0,750;	0,338;	0
0,250;	0,162;	0,5
0,750;	0,838;	0,5.

Les spectres (*hkl*) où la somme $h + k + l$ est égale à un nombre impair sont très faibles ou nuls, cette observation nous conduit à placer les atomes



de manganèse (à pouvoir diffusant bien plus grand que celui de l'oxygène) dans des positions telles qu'ils forment un réseau centré. Cette condition, jointe à celles imposées par le groupe P*nnm*, nous obligent à placer les

atomes de manganèse à l'intérieur des lacunes octaédriques de l'assemblage des atomes d'oxygène, dans les positions o o o et $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$. Il est facile de se rendre compte de cette disposition dans la figure ci-contre. Cet arrangement des atomes rend qualitativement compte des intensités observées sur les diagrammes. Elle attribue le nombre de coordination 6 au manganèse avec une distance Mn — O = 1,97 Å.

La structure décrite se rapproche de celles du diaspore et de la gœthite par la disposition hexagonale compacte des atomes d'oxygène mais elle s'en distingue nettement par l'arrangement tout différent des atomes métalliques.

N'oublions pas qu'il s'agit d'une première approximation de la structure. Il faudra revenir à la maille véritable pour arriver à distinguer les atomes O^{--} des groupes OH^{-}; ce dont on n'a pas tenu compte dans ce qui précède.

MINÉRALOGIE. — *Action de la chaleur sur quelques oxydes de manganèse naturels*. Note ([1]) de M. **Stoyan Pavlovitch**.

Les résultats que j'ai obtenus précédemment pour la braunite ([2]) et pour la hausmannite ([3]) m'ont conduit à examiner d'une manière plus précise les transformations produites par la chaleur sur ce dernier minéral et sur d'autres oxydes de manganèse naturels. Elles ont été mises en évidence au moyen de l'analyse thermique différentielle réalisée à l'aide du galvanomètre double de Saladin-Le Chatelier, et les produits obtenus dans des conditions de température et de milieu bien déterminées ont été identifiés d'une part aux rayons X par la méthode de Debye et Scherrer, d'autre part au microscope en lumière polarisée réfléchie.

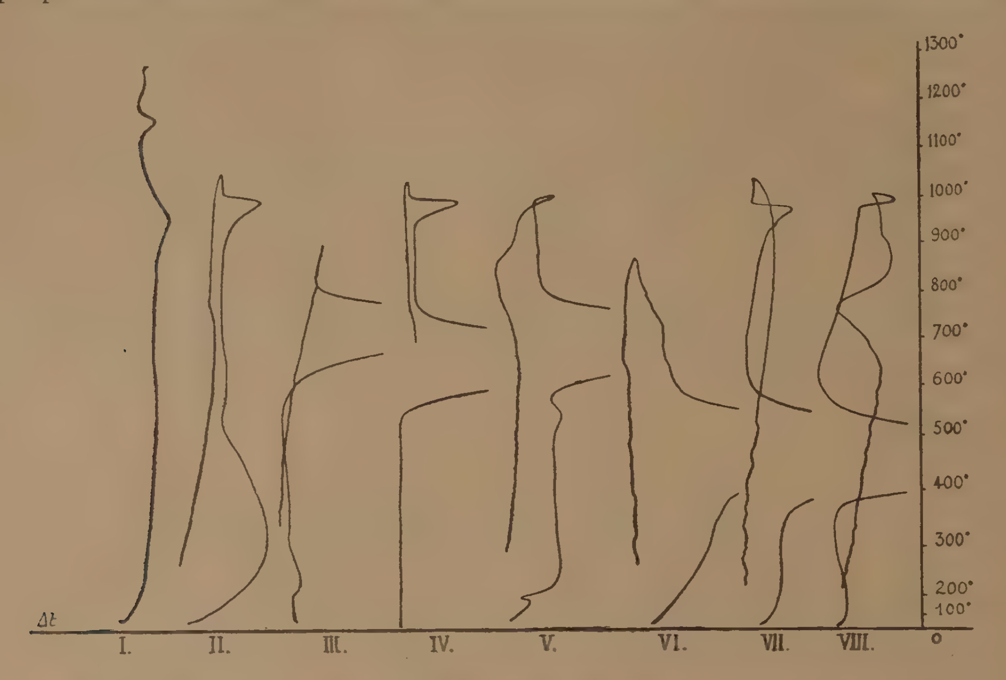
Hausmannite. — La production des macles observées antérieurement à haute température sur les cristaux de hausmannite naturelle est accompagnée, dans l'air ou dans l'azote, d'une absorption de chaleur à 950° et à 1160° (courbe I) sans variation de poids et sans changement apparent de structure, les diagrammes de rayons X étant identiques à ceux de la hausmannite naturelle. On obtient les mêmes résultats dans l'oxygène et l'analyse thermique ne manifeste aucune oxydation du minéral en Mn^2O^3.

([1]) Séance du 26 décembre 1934.

([2]) *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 1400.

([3]) *C. R.* 67e *Congrès Soc. sav.*, 1934, p. 87-89.

Polianite. — Les transformations de MnO^2 sous l'action de la chaleur ont été étudiées par beaucoup d'auteurs ([1]), mais principalement sur des oxydes préparés au laboratoire. Les résultats obtenus sont souvent contradictoires.



J'ai repris l'étude de l'oxyde naturel sur des agrégats cristallins de Horhausen (Prusse rhénane) et de Bou Arfa (Maroc) dont la pureté a été vérifiée au microscope. L'analyse thermique dans l'air (courbe IV) ou dans l'azote (III) révèle deux inflexions endothermiques, l'une très accentuée vers 570°, l'autre plus faible vers 950°. Le minéral préalablement desséché à 110°, puis chauffé dans l'air à 550°-600° pendant 12 heures, subit une perte de 9,80 pour 100 correspondant au départ d'un atome d'oxygène avec formation de Mn^2O^3, cause du premier phénomène endothermique. La poudre noire obtenue est constituée par des grains faiblement anisotropes dont le pouvoir réflecteur (0,23) est plus élevé que celui de la hausmannite ([2]), et dont les caractères d'attaque sont différents (corrosion profonde en 5 secondes par HCl et HF concentrés).

Chauffée entre 600° et 890°, la poudre conserve toutes ses propriétés;

([1]) Christiensen, *J. prakt. Chemie*, 28, 1883, II, p. 1; Simon et Fehler, *Zeit. f. Elektrochemie*, 38, 1932, p. 137; Drucken et Hüttner, *Zeit. f. physikal. Chemie*, 131, 1927, p. 237.

([2]) J. Orcel et S. Pavlovitch, *Bull. Soc. franç. Minér.*, 54, 1931, p. 130

notamment les diagrammes X sont les mêmes, mais il est à remarquer qu'ils sont analogues à ceux obtenus avec la hausmannite, fait constaté par M. P. Dubois sur l'oxyde préparé au laboratoire [1]. Entre 900° et 1000° (pendant 8 heures), la poudre devient brune et perd 3,34 pour 100 de son poids. Il s'est formé de la hausmannite maclée.

Dans l'oxygène, on obtient les mêmes résultats que dans l'air, mais la courbe d'analyse thermique (V) manifeste au refroidissement l'oxydation de Mn^3O^4 en Mn^2O^3.

Manganite. — L'analyse thermique dans l'air (VII) ou dans l'azote (VI) de la manganite d'Ilefeld montre deux phénomènes endothermiques à 370° et à 940° (température atteinte en une demi-heure). La déshydratation de la manganite dans l'air à 300° pendant 7 heures fournit de la polianite [2], le diagramme de rayon X du produit obtenu et sa courbe d'analyse thermique sont les mêmes que pour la polianite naturelle. Mais si l'on déshydrate dans l'azote pendant 10 heures entre 300° et 370°, il y a, après le départ de 9,95 pour 100 H^2O, formation de Mn^2O^3. J'ai identifié ce produit comme celui issu de la polianite. A 940° cet oxyde se transforme en Mn^3O^4 avec départ d'oxygène (courbe II), et un cristal de manganite donne naissance à un agrégat de cristaux de hausmannite finement maclés. Enfin l'analyse thermique de la manganite dans l'oxygène (VIII) donne les mêmes résultats que dans l'air, mais elle met en évidence, au refroidissement, la transformation de Mn^3O^4 en Mn^2O^3. En résumé, on voit que la nature de l'oxyde obtenu par déshydratation de la manganite dépend des conditions d'échauffement. La transformation en polianite ne se produit dans l'air que par chauffage suffisamment prolongé.

GÉOLOGIE. — *Structure tectonique de la région Cannes-Antibes (Alpes-Maritimes).* Note [3] de M. **A. Kazmitcheff**, transmise par M. Ch. Barrois.

La région que nous avons étudiée s'étend, à l'Ouest, du bord oriental du Tanneron, limité par la basse vallée de la Siagne, jusqu'à la Brague au Nord-Est et au Nord, tandis que la côte méditerranéenne forme ses limites orientales et méridionales.

---

(1) P. Dubois, *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 1416.

(2) A. Gorgeu, *Bull. Soc. franç. Minér.*, **2**, 1888, p. 196.

(3) Séance du 26 décembre 1934.

On sait que les termes sédimentaires qui entrent dans sa constitution comprennent des horizons variés, allant des grès bigarrés de la base du Trias jusqu'au Quaternaire compris; le tout affecté de lacunes nombreuses et importantes. Cet ensemble stratifié repose, par les grès bigarrés triasiques, sur un substratum cristallophyllien constitué de gneiss et de micaschistes.

Les sédiments triasiques et jurassiques de cet ensemble sont plissés et faillés, suivant une direction qui, dans le nord-ouest d'Antibes est NE-SW, et NNE-SSW, en moyenne, dans la région de Cannes. Dans la région d'Antibes on distingue, du Sud au Nord, les anticlinaux de la Californie-la-Croix-Rouge, de la Valmasque, de la Bouillide, du Val Martin et de Valbonne. Ces plis, peu accentués pour la plupart, sont compliqués d'accidents tectoniques de même orientation. Ce sont, du Sud au Nord :

1° la zone failleuse de Vallauris-la-Croix-Rouge, qui met en contact, le gneiss et le Trias moyen, au Sud-Ouest, et l'Hettangien avec les dolomies néojurassiques au Nord-Est. L'inclinaison des failles qui la constituent est inconnue;

2° la zone failleuse de la Valmasque, mettant en contact, les deux flancs de l'anticlinal bathonien inférieur avec des dolomies néojurassiques, par l'intermédiaire de failles dont le pendage n'a pu être déterminé;

3° la zone failleuse de la Bouillide.

Il y a de fortes présomptions enfin, en faveur de l'existence de failles importantes, non encore dépistées, entre l'anticlinal faillé du Val Martin et celui de Valbonne.

La portion méridionale de la presqu'île d'Antibes est également affectée d'une faille Est-Ouest, $i = 60°$ Nord, qui met en contact des « plateures » de Bathonien supérieur avec des dolomies néojurassiques.

La région de Cannes est plus tranquille. Dans les environs du Four-à-Chaux, on décèle un réseau serré de plis et de failles. Au nord-est d'Auribeau sur Siagne, on observe la faille importante du Vallon Notre-Dame, qui met en contact gneiss et Trias moyen, et dont l'orientation est identique à celle des failles de la région d'Antibes.

Certainement postérieurs au Jurassique, ces accidents semblent aussi être postérieurs à l'Éocène local, qui, quoique non entamé par les failles même, est partout concordant au Jurassique et participe à son modelé. Le Pliocène, par contre, incline faiblement à l'est et au sud-est, au nord-est de la région. Cela permet de conclure que conformément aux résultats acquis dans la chronologie tectonique des pays limitrophes et, en particulier, des pays à structure homologue du Nord (environs de Grasse), les orogenèses pyrénéenne (post-lutétienne et antéoligocène), et alpine (post-helvétique

et antépliocène), peuvent être responsables de la structure tectonique observée. L'étude tectonique des chaînes pyrénéo-alpines du nord de Grasse montre en effet que c'est entre l'Éocène et le Plaisancien que se situe leur déformation. Celle-ci semble bien s'être accomplie en deux stades successifs, dont le premier, pyrénéen, a produit des plis Est-Ouest, déversés et chevauchant vers le Nord. Le suivant, alpin, a modelé la structure préexistante en y provoquant une série de chevauchements du Nord vers le Sud.

Dès lors, puisque les régions voisines portent les traces de deux groupes de sollicitations, chacun caractérisé par deux séries de chevauchements distincts, on peut espérer de trouver, dans la structure tectonique de la région d'Antibes, des traces de ces deux sollicitations; les données stratigraphiques connues le permettent. C'est alors que, si l'on considère que le fait d'être plissée indique que la région a été latéralement comprimée, on est amené à concevoir ses failles comme des failles inverses ou failles de *compression*. Or, si on les conçoit telles, l'examen de la nature stratigraphique des contacts montrera que ces failles doivent être, pour celles qui mettent en regard des terrains plus vieux au Nord avec des terrains plus jeunes au Sud, inclinées vers le Nord, tandis que celles qui mettent en contact des terrains plus jeunes au Nord, avec des terrains plus anciens au Sud, inclinées au Sud. C'est ainsi que, tenant compte des données statistiques acquises dans l'étude des pays voisins, l'on attribuera les failles à chevauchement SE → NW à des actions pyrénéennes, tandis que celles à chevauchement NW → SE devront être rattachées aux reprises alpines.

De plus, on concevra théoriquement, que l'orogenèse alpine, venant à la suite de l'orogenèse pyrénéenne, ait modifié dans une certaine mesure la structure tectonique acquise de celle-ci. Cela se traduira par le redressement à la verticale, par un renversement même, des surfaces de failles primitivement inclinées au Sud-Est. Le double jeu de ces sollicitations tectoniques est confirmé par de nombreuses structures de détail (Vallauris, nord-est de Cannes, la Garoupe).

On est en droit de conclure que la région canno-antiboise se rattache étroitement, par l'intermédiaire de l'anticlinal du Bar [1], à la région du nord de Grasse, tant au point de vue de la structure, que de la chronologie des accidents tectoniques étudiés.

---

[1] J. Goguel, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 157-159; *C. R. Soc. géol. Fr.*, 13, 1934, p. 175-177; A. Lanquine, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 428-431; L. Bertrand et P. Goby, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 678-680; L. Bertrand, *C. R. Soc. géol. Fr.*, 13, 1934, p. 177.

GÉOLOGIE. — *L'âge du Flysch de la périphérie de la chaîne calcaire du Rif*. Note (1) de MM. **Paul Fallot** et **Louis Doncieux**, présentée par M. Ch. Jacob.

Alors que l'on tenait pour généralement nummulitiques les terrains de cette zone du Flysch, nous avons établi (2) par des faunes de Foraminifères que le Crétacé supérieur s'y trouvait représenté.

Sur la base de ces premières observations, l'un de nous a repris, en 1934, l'étude des crêtes de Flysch couronnées de grès qui s'étendent à l'extérieur de la dorsale calcaire du Rif, depuis Menkal, à 8^{km} à l'Ouest de Tetuan, jusqu'au Dj. Tisighen.

Dans l'arête au Sud de Menkal, le Flysch formé de marnes peu schisteuses, sombres, alternant vers le haut avec des grès quartzeux roux, s'avère presque partout crétacé. Seuls quelques affleurements localisés (bande synclinale Filalix-Saada-Dj. Chajbalu; synclinal Sud-Nord à partir du coude de l'O. Hayera face à Zinat; crête au Sud-Est de Nusen; bande coupant l'O. B^{i}. Ider au Nord de Xehbex) ont montré du Nummulitique.

Le Crétacé prédomine de même au Dj. Afurit (Nord de Taranect), à la Kalaa de Beni Raten, à la Cudia Taimus, à la Yemaa el Beida, où les grès avaient jadis été rapportés à l'Oligocène pour leur analogie avec les vraies Areniscas de l'Aljibe.

Le fond de la vallée de l'O. Nagla et la crête séparant Socco el Arbaa des Beni Lait sont aussi en partie formés de Flysch secondaire. Mais, dans cette crête, des complications tectoniques associent étroitement Flysch crétacé et Flysch nummulitique. La vallée de l'O. Haba et les versants au pied Ouest du Dj. Izmamen, le substratum du lac artificiel de l'Oued Lau, la haute vallée de l'O. Lau jusqu'à Bab Taza nous ont fourni surtout des repères lithologiques d'aspect crétacé. Il en est de même du versant occidental de la haute crête du Dj. Sidi Sugna qui sépare le bassin de l'O. Lau de celui du haut Loukkos, comme de la crête du Dj. Jesana à l'Ouest de Bab Taza.

Vers le Sud-Est de la chaîne calcaire, le Nummulitique n'apparaît que dans le Dj. Amatras, déjà près de la chaîne calcaire.

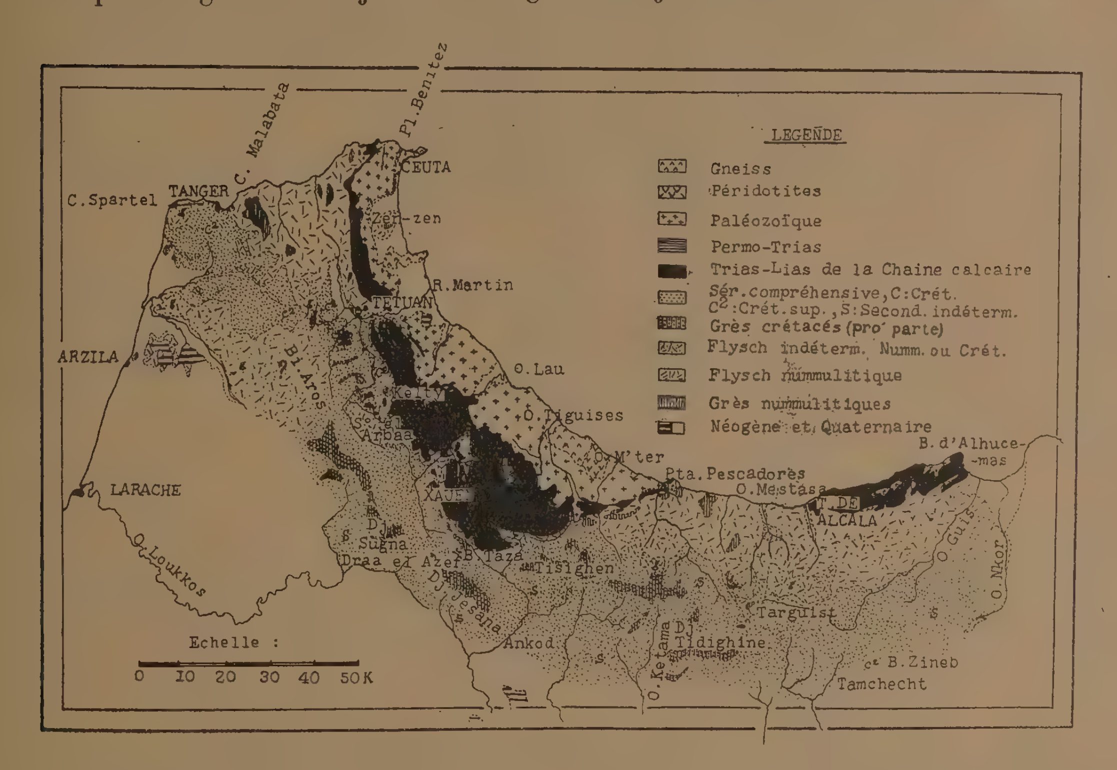
---

(1) Séance du 26 décembre 1934.

(2) *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 927.

Ainsi de l'Oued Xékor à Bab Berret, sur de très vastes espaces, le Flysch marneux de la périphérie de la chaîne calcaire est principalement crétacé et non nummulitique.

Le problème est plus délicat en en ce qui concerne les importantes masses gréseuses qui culminent dans le Dj. Tisighen, dans la crête du Dj. Jesana, et qui s'alignent du Dj. du S[i]. Sugna au Dj. Afraifa et aux hautes crêtes



des Beni Aros. Ces grès ont tous des positions et des faciès analogues : ils sont en masses inclinées qui s'effilent obliquement et semblent s'insérer dans le Flysch basal. Au Dj. Tisighen, des intercalations marno-calcaires de la base des grès ont fourni des *Aptychus*. Vers le km 22-23 de la route Bab Taza-Targuist, le prolongement effilé de la série gréseuse supporte *en discordance* un Flysch rose éocène certain

Dans la crête du Dj. Jesana, aucun niveau ne nous a fourni de fossiles, mais l'effilement des grès dans un Flysch d'aspect crétacé y est très net.

Dans le Dj. S[i]. Sugna, outre que la série basale est sénonienne, on voit les grès s'effiler vers le Nord et une partie d'entre eux semble s'insérer sous les couches de S[i]. Biniaya (Sidi el Hadj Barraca) où nous avons mentionné le Crétacé supérieur (*loc. cit*).

Des constatations analogues peuvent se faire sur le prolongement septentrional de cette crête. Il semble donc que certaines, sinon toutes les masses gréseuses qui couronnent le Flysch, du Dj. Tisighen à l'Ouest de Tetuan, doivent être rapportées (comme les grès du pied Ouest du Dj. Kalaa de Xauen qui, eux, sont datés) au Crétacé supérieur.

Le croquis ci-dessus montre l'extension que va prendre dès lors le Flysch crétacé, le Flysch nummulitique étant surtout développé aux abords de la chaîne calcaire, et vers le Nord-Ouest, dans les Andjeras.

On y verra aussi que, dès le Nord de Socco el Arbaa, les bandes de grès du Flysch crétacé soulignent, par leur allongement orienté en gros Est-Ouest, l'existence d'accidents presque perpendiculaires à ceux de la chaîne calcaire.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Densité de la haute atmosphère calculée d'après les phénomènes crépusculaires.* Note [1] de M. **F. Link**, présentée par M. Ch. Fabry.

Il y a déjà douze ans que Lindemann et Dobson [2] ont publié leur théorie des météores et les résultats relatifs à la densité de la haute atmosphère. Ces résultats surprenants et combattus depuis semblaient indiquer que les densités de la haute atmosphère sont supérieures aux chiffres généralement admis dans ces régions, d'où la nécessité de supposer des températures de l'ordre de 300°K.

Il m'a été possible de confirmer leurs résultats par une méthode toute différente de la leur, sauf un point commun, la supposition de la présence d'un gaz à ces altitudes.

Pour ce but j'ai utilisé les phénomènes crépusculaires, dont la manifestation la plus simple est la brillance du ciel au zénith. Connaissant la brillance du ciel crépusculaire en comparaison avec celle du Soleil, il serait possible de calculer la densité de l'air en fonction de l'altitude, si toutefois la diffusion secondaire ne compliquait pas le phénomène. Heureusement il reste encore une autre méthode, celle des variations de la brillance en fonction de la dépression du Soleil.

Dans une atmosphère isotherme la densité de l'air ρ varie avec l'alti-

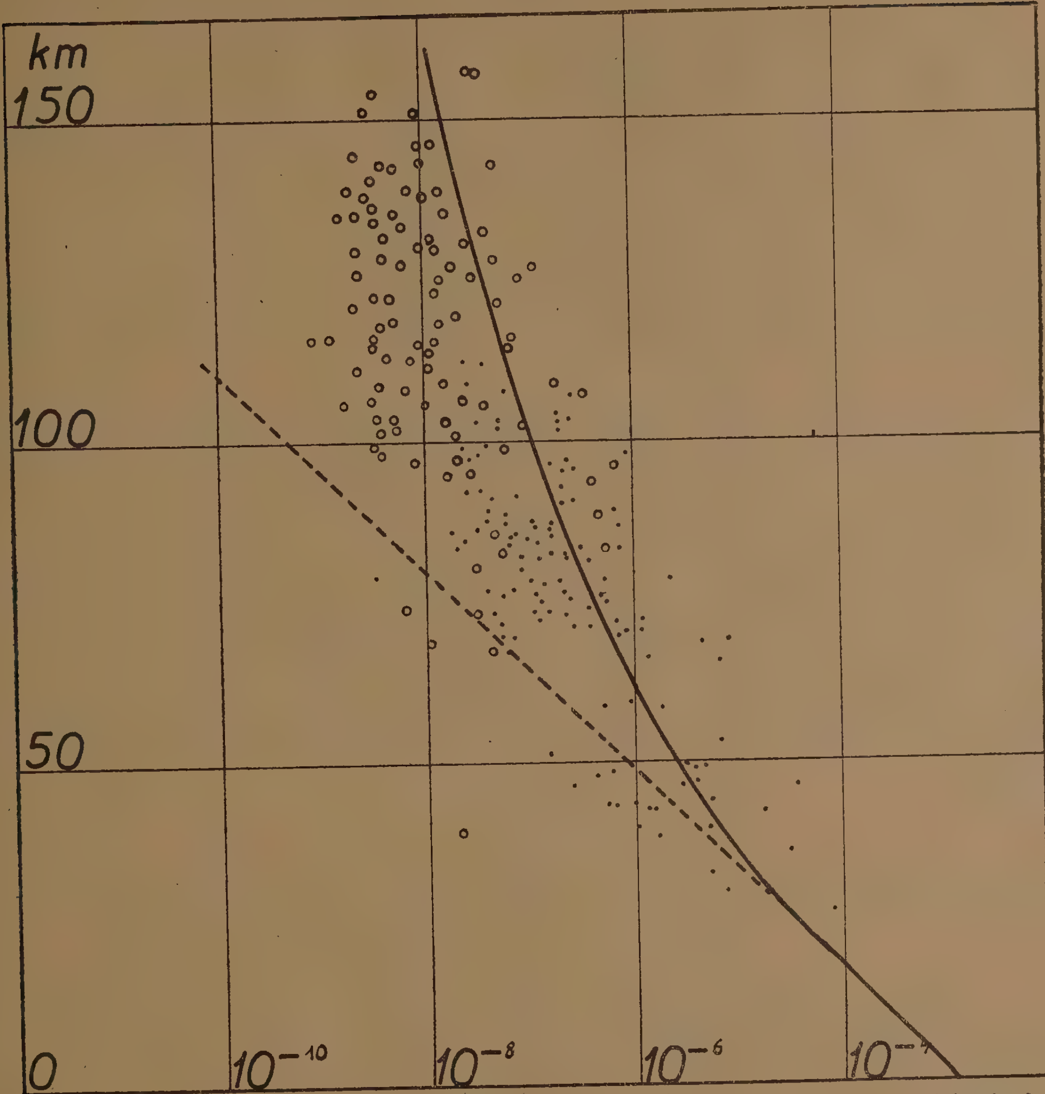
---

(1) Séance du 26 décembre 1934.

(2) *Proc. of the Royal Soc. London*, **102**, 1922, p. 411.

tude h suivant la loi

$$\rho = \rho_0 e^{-\beta h},$$



Densités g/cm³.

et la brillance du ciel au zénith est donnée par l'équation différentielle [1]

$$\frac{\frac{db}{dU}}{b} = \beta \sin U, \tag{1}$$

où U est la dépression du Soleil.

---

[1] *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 303.

Notons en passant que l'intégrale de cette formule n'est que la relation empirique de Schembor

$$\log b = -\beta \cos U + \text{const.}$$

Il est facile de démontrer que la formule (1) est encore valable dans le cas où l'on fait intervenir la diffusion secondaire telle qu'elle se présente de 5° à 15° de dépression.

Les observations courantes donnent la courbe $\log b = f(U)$ dont la pente est proportionnelle à $\beta \sin U$. On en déduit β en fonction de U. Il suffit encore d'exprimer U par l'altitude h et la simple intégration numérique ou graphique nous donne la courbe $\log \rho = f(h)$. J'ai adopté la relation

$$h = 1 - \cos U$$

qui donne l'altitude de l'ombre géométrique sur la verticale d'observation.

D'après une série de mesures que j'ai faites au refuge de Rysy à 2300^{m} d'altitude j'ai obtenu la courbe reproduite ci-dessus. C'est en somme le diagramme de Lindemann et Dobson dans lequel j'ai dessiné ma courbe. Je suis parti de la densité de l'air à 30^{km} connue d'après les ascensions de ballons-sonde et par l'intégration graphique j'ai obtenu la courbe dessinée en trait plein. Les petits cercles et points sont les densités calculées d'après les apparitions ou les extinctions de météores respectivement. L'accord est bon et d'autant plus satisfaisant qu'il s'agit de deux méthodes très différentes.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Étude de l'albédo de la neige dans le spectre infra-rouge*. Note de M. **Joseph Devaux**, présentée par M. Ch. Fabry.

J'ai déjà exposé [1] les résultats de nombreuses mesures photométriques et actinométriques de l'albédo de la neige et des glaciers. J'utilisais pour ce travail des appareils essentiellement transportables, ce qui me permettait d'opérer sur la neige et les glaciers des Pyrénées, des Alpes et du Groenland. Les mesures photométriques étaient faites sous filtre, et les mesures actinométriques fournissaient simplement l'albédo global pour le flux énergétique solaire.

Je me suis proposé de faire la même étude, mais avec un spectrographe comportant un récepteur thermique. Comme la neige, et, d'ailleurs les

[1] J. Devaux, *Annales de Physique*, 10e série, 20, juillet-août 1933, p. 5.

glaciers, sont des diffuseurs, on dispose de peu d'énergie. C'est pourquoi j'ai été obligé d'utiliser un montage délicat installé dans deux laboratoires très stables, à l'Observatoire du Pic du Midi, station d'altitude (2860^m). Il permet d'étudier en toutes saisons la couche naturelle de neige.

Méthode. — Elle consiste à comparer le spectre du rayonnement diffusé par la neige au Soleil, à celui d'un diffuseur connu, quartz diffusant, éclairé dans les mêmes conditions. De cette comparaison, on déduit immédiatement le facteur de diffusion de la neige pour la région spectrale étudiée.

Le rayonnement diffusé par la neige normalement à sa surface est renvoyé, par un miroir plan, horizontalement dans un premier laboratoire. Une lentille concentre le faisceau sur la fente d'un spectrographe autocollimateur à miroir concave argenté, et à prisme de 30° argenté face arrière; le récepteur est une pile thermoélectrique à vide, branchée sur un galvanomètre sensible placé dans un second laboratoire. Les déviations de ce premier galvanomètre sont amplifiées par un relais optique dont le récepteur, une cellule auto-génératrice, est branché sur un second galvanomètre de même période que le premier. Les oscillations de ce galvanomètre sont enregistrées photographiquement. Pour éviter les erreurs considérables dues à la dérive du premier galvanomètre (variations lentes de la température de la pile thermoélectrique à vide), je place devant la fente du spectrographe un obturateur commandé par un pendule entretenu de même période que celle des deux galvanomètres; on obtient ainsi un *radiomètre à résonance*. On enregistre une série d'oscillations dont l'amplitude est proportionnelle à l'intensité du rayonnement de la neige.

Résultats. — Voici, pour quelques longueurs d'onde, les résultats concernant une couche de neige fondante à gros grains, d'après les enregistrements du 17 avril 1934, vers le milieu de la journée.

Longueur d'onde.......	$0^{\mu},6$	$0^{\mu},8$	$0^{\mu},9$	$1^{\mu},0$	$1^{\mu},1$	$1^{\mu},2$	$1^{\mu},3$	$1^{\mu},4$	$1^{\mu},5$
Facteur de diffusion....	0,67	0,61	0,55	0,34	0,40	0,18	0,21	0,08	0,01

A partir de la bande Ψ, due à la vapeur d'eau atmosphérique, la neige fondante à gros grains absorbe pratiquement tout le rayonnement solaire. La courbe du facteur de diffusion en fonction de la longueur d'onde présente deux minima nets, l'un vers $1^{\mu},0$, l'autre vers $1^{\mu},2$. Ces longueurs d'onde correspondent sensiblement aux bandes d'absorption de l'eau ou de la glace; mais la présence de fortes bandes telluriques, ρστ, Φ, Ψ, de la vapeur d'eau atmosphérique, empêche de faire des vérifications précises.

RADIOÉLECTRICITÉ. — *Sur les foyers d'atmosphériques et leur localisation.* Note (¹) de M. R. **Bureau**, présentée par M. Ch. Maurain.

Les sources d'atmosphériques individuels se groupent en foyers d'étendue variable dont la localisation à tout instant présente un grand intérêt en météorologie.

1. Localisation goniométrique. — Le goniomètre doit remplir deux conditions : permettre l'enregistrement de plusieurs foyers simultanés de directions différentes; ne répondre que dans un secteur angulaire étroit α autour de chaque source. Une solution est donnée par la combinaison de deux récepteurs branchés sur deux cadres perpendiculaires à condition de provoquer, après *redressement*, l'opposition *instantanée* des courants produits par les atmosphériques *individuels* à la sortie des deux amplificateurs (²). L'angle α varie avec le champ produit par les atmosphériques. Cette variation qui est due à un effet de seuil dépend du mode d'opposition adopté.

a. Opposition différentielle (³). — L'angle α ($\widehat{COD}$ *fig.* 1) *augmente avec l'intensité* du champ enregistrable et tendant vers une limite ω ($\widehat{AOB}$) qui dépend elle-même de l'amplification relative des deux récepteurs.

b. Opposition par interdiction ou verrouillage (⁴). — L'angle α *diminue avec l'intensité* du champ, partant de la valeur limite ω ci-dessus, et tendant vers zéro (*fig.* 2).

Suivant les cas, il y a intérêt à choisir l'un ou l'autre mode d'opposition ou une combinaison des deux.

Dans l'opposition différentielle, la variation de α permet d'enregistrer

(¹) Séance du 26 décembre 1934.

(²) R. Bureau, *U. R. S. I.*, Washington, fasc. 5, 1927, p. 6. *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 2073, et **198**, 1934, p. 1057; *Radio Research Board*, London, 1931, p. 58, et 1932, p. 73.

(³) On applique à la grille d'une lampe la différence des courants ou des tensions redressés recueillis à la sortie des deux amplificateurs (exemple appareil de Saint-Cyr, modèle 1933).

(⁴) Un relais commandé par le second cadre, coupe, à chaque atmosphérique reçu par ce cadre, le circuit d'utilisation d'un relais commandé par le premier cadre. Ce dernier ne peut donc provoquer une inscription que si le second cadre n'a pas recueilli d'atmosphériques (exemple : appareil de Saint-Cyr, modèle 1932).

sur le même diagramme la direction apparente de l'émetteur (milieu de l'inscription) et l'intensité du champ (largeur de l'inscription), ce qui peut servir dans les recherches sur la propagation.

On peut, au contraire, désirer que α varie peu avec le champ. On y parviendra en commandant l'amplification f du récepteur 2 (paralyseur) par la tension redressée e recueillie à la sortie du récepteur 1 (inscripteur) — (f augmentant avec e).

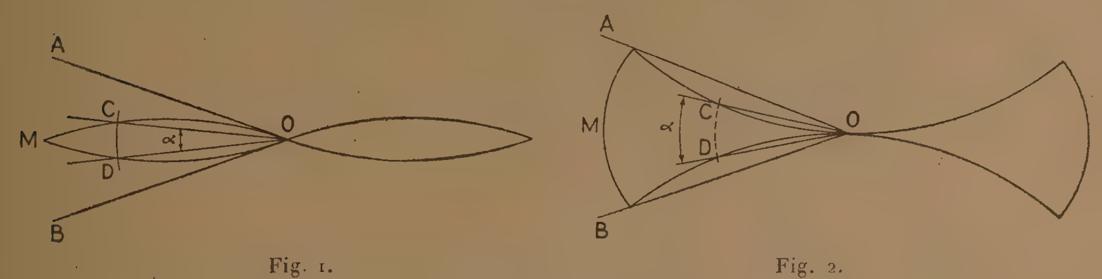


Fig. 1. Fig. 2.

Nota. — Le rayon vecteur OC est inversement proportionel au champ; OM correspond au champ le plus faible enregistrable.

2. Localisations non goniométriques. — Beaucoup sont basées sur la variation diurne dans la propagation des ondes provenant de sources lointaines. J'ai utilisé les suivantes :

a. Atmosphériques nocturnes ([1]). — Leur existence permet déjà de conclure à un grand éloignement des foyers (plusieurs milliers de kilomètres). S'ils sont à l'ouest du récepteur, on obtient un ordre de grandeur de leur distance en admettant qu'ils se révèlent sur l'enregistreur au moment où la nuit les atteint. Par contre, tout flux d'atmosphériques, insensible aux passages nuit à jour ou jour à nuit, provient de foyers proches (quelques centaines de kilomètres).

b. Crevasse au coucher du Soleil ([2]). — On l'observe sous forme d'un affaiblissement bref (environ 50 minutes) et brutal, pour des foyers d'azimut compris entre Nord-Est et Sud et de moyen éloignement (1500 et 3000^{km}). La crevasse débute, pour les foyers à l'Est, à peu près au moment où la nuit les atteint.

c. Variations avec l'onde. — Certains foyers s'enregistrent sur une onde, mais sont trop lointains pour s'enregistrer sur une autre; citons les foyers américains s'enregistrant la nuit sur 27 kc/s, mais non pas sur 85 kc/s. Ceci permet une télémétrie approximative.

([1]) Concerne les ondes d'environ 27 kc/s.

([2]) Concerne les ondes d'environ 27 kc/s.

d. Rotation rapide des sources proches. — La vitesse approximative des perturbations orageuses et la vitesse augulaire de déplacement des flux peuvent donner une estimation de la distance des foyers correspondants.

D'autres méthodes ont été proposées qui dispensent même du goniomètre ([1]). Elles doivent être employées comme les précédentes avec une grande prudence, ne serait-ce que parce qu'elles introduisent des paramètres nouveaux pour lesquels on est amené à admettre des valeurs un peu arbitraires. Pour le moment, le principal intérêt des localisations non goniométriques est d'aider au dépouillement et à l'interprétation des diagrammes goniométriques en facilitant en particulier la séparation et l'identification de flux souvent multiples.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Réaction singulière d'un Haricot* (Phaseolus Mungo *Hort.*) *à une lésion de la graine*. Note ([2]) de Mlle **Colette Gauthier**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Parmi les Haricots étudiés en vue du développement de l'axe hypocotylé ([3]), j'en ai trouvé un dont le comportement est singulier. Il s'agit d'un Adzuki (*Phaseolus Chrysanthos* Hort. ou *Phaseolus Mungo* Hort.), race provenant du Japon, dont on a récolté de bonnes graines à la Station Berthelot à Bellevue (Seine-et-Oise) et à Angers (Maine-et-Loire) depuis 1929.

La lésion consiste en la séparation de la gemmule par un coup de lancette sur les haricots trempés depuis 24 heures. La réaction extérieure est peu apparente. Contrairement à ce qui se produit pour d'autres *Phaseolus* étudiés, l'axe hypocotylé des blessés est en moyenne à peine plus court et plus épais ($2^{mm},5$ de long sur 2^{mm}) que celui des témoins ($2^{mm},6$ sur $1^{mm},5$). D'ailleurs les Adzukis blessés présentent une turgescence plus accusée.

Au point de vue anatomique, les différences provoquées sont très profondes et pour le moins inattendues. Il apparaît un périderme de blessure, *Wundperiderm*, selon l'expression de Haberlandt ([4]) et, parallèlement, il se produit un dédoublement de l'endoderme qui fournit trois ou quatre cercles de cellules portant les plissements caractéristiques de ce tissu.

Chez le témoin, l'axe hypocotylé se compose d'un épiderme régulier

---

([1]) J. Lugeon, *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 1059.

([2]) Séance du 26 décembre 1934.

([3]) C. Gauthier, *Ann. Sc. Nat.*, 10e série, **16**, 1934, p. 63.

([4]) G. Haberlandt, *Physiologische Pflanzenanatomie*, 5e édition, 1918, p. 131.

entourant de grandes cellules corticales à méats, bordées vers l'intérieur d'un endoderme formé d'une seule couche de cellules à section rectangulaire (*fig.* 1, *End.*); puis viennent huit à dix couches de cellules de parenchyme en voie de division et quelques îlots de bois bien marqué limitant une moelle à grands éléments.

Au cours de mes recherches, en mai et juin 1933, les deux particularités énoncées ont été très marquées sur toutes les coupes d'axes hypocotylés des blessés. L'endoderme (*fig.* 2, *End.*) s'est dédoublé irrégulièrement puisqu'en beaucoup de points on trouve trois couches superposées et alignées radialement. Ce tissu endodermique n'est pas homogène : les couches internes sont formées de cellules étroites et étirées tangentiellement, tandis que la couche externe se compose de cellules larges et épaisses dans le sens radial. Après coloration des coupes au carmin vert d'iode, les premières sont teintées en rose, même sur les plissements, tandis que la couche externe retient l'attention par sa coloration vert foncé (*fig.* 2, *Per*). Au fort grossissement, on constate que la membrane cellulosique des cellules externes, qui correspondent à l'emplacement de l'endoderme primitif s'il n'y avait pas eu de lésion, s'est chargée vers l'extérieur d'une masse complémentaire d'épaississement qui retient violemment le vert d'iode. Remarquons d'ailleurs que les vaisseaux du bois de l'axe hypocotylé des

blessés sont moins nombreux, et surtout que leurs membranes sont beaucoup moins différenciées, l'épaisseur étant réduite au quart de celle des vaisseaux des témoins (*fig.* 2, *B.*). Enfin, le parenchyme libérien et ligneux, peu différencié chez les témoins, est composé chez les blessés d'une quinzaine de couches cellulaires à éléments petits, polygonaux et en voie de division sur toute l'épaisseur.

Tout se passe comme si la lésion avait provoqué une altération du tissu : augmentant sa turgescence; multipliant les éléments cellulaires plus jeunes; entraînant, ce qui est tout à fait exceptionnel, la division de l'endoderme et un dépôt de matériaux fixant le vert d'iode dans l'endoderme au détriment du bois. Ce sont des réactions qui apparaissent à la suite d'une piqûre de galle, ou d'une lésion provoquant une régénération de tissus dans une tige adulte comme les décrit E. Küster (1).

En 1934 j'ai repris les essais et ne parlerai que de deux séries échelonnées dans le temps. La première, du 12 mai au 12 juin, fournit des axes hypocotylés dont les coupes transversales rappellent par beaucoup de traits celles qui avaient été obtenues en 1933. Elles n'en diffèrent que par le comportement de la cellule externe de l'endoderme dédoublé, dont la paroi externe est toujours teintée en vert foncé, la couleur s'étalant sur une épaisseur beaucoup moindre.

Dans une autre série du même Adzuki, après lésion le 23 juin et germinations jusqu'au 4 juillet, je n'ai pas retrouvé, sur les nombreuses coupes observées, la présence de périderme de blessure. L'endoderme, presque toujours simple, ne se dédoublait faiblement que dans une coupe observée sur dix, et souvent même les cadres des cellules n'étaient pas teintés de vert

L'Adzuki *Phaseolus Mungo* Hort. réagit aux lésions de l'axe hypocotylé de façon toute différente de celle des autres Haricots; de plus les réactions sont différentes suivant les époques de mise en germination, comme je l'ai établi pour d'autres altérations vasculaires des axes hypocotylés de Haricots, dans mon Mémoire déjà cité. Mais je crois devoir surtout insister ici sur le dédoublement de l'endoderme, phénomène rare et caractéristique de quelques familles ou genres définis. D'autre part, il serait nécessaire de s'assurer que les matériaux incrustant le bois (lignine) se sont tout simplement déplacés pour charger la face externe du tissu endodermique où l'on s'attend à trouver ce que les chimistes appellent la subérine.

---

(1) E. Küster, *Pathologische Pflanzenanatomie*, 3e édition, 1925, p. 76 et suiv.

BIOLOGIE AGRICOLE. — *Variations des caractères de grains des espèces élementaires d'*Hordeum distichum *L.* Note (¹) de M. **Émile Miège**, présentée par M. Louis Blaringhem.

La subdivision, faite par de Neergard (1889), complétée par Bolin (1893), des grands groupes d'*Hordeum* en espèces élémentaires = α, β, γ, δ, a été acceptée par tous les auteurs, qui, sauf Broili (1906), ont admis la constance des caractères de la rachilla et des nervures du grain, qui les différencient. Cependant, les très nombreuses et minutieuses observations que nous poursuivons, depuis 1920, sur un grand nombre de lignées pures de diverses variétés d'orges (²) cultivées au Maroc, à l'abri de tout mélange et vicinisme soit à Rabat, climat littoral, soit à El Hajeb, climat continental (altitude 1100^{m}), nous ont permis de constater des variations importantes :

1. Aucune lignée importée d'Europe n'est restée botaniquement pure, quelle que soit l'espèce élémentaire originelle.

2. Les modifications observées portent surtout sur l'abondance des épines, mais aussi sur la longueur et la nature des poils du pédicelle.

3. Ces dernières se traduisent, soit : *a.* par l'apparition brusque, peu fréquente, et au moins partiellement héréditaire, de grains à poils courts dans les types à poils longs (Gulkorn et Moravie); *b.* par la transformation, moins rare et plus ou moins complète, de poils courts en poils longs ou intermédiaires, ou d'une façon brusque et non héréditaire (*Primus* de Svalof γ), ou brutale et partiellement héréditaire (*Chevalier* II de Svalof γ), ou progressive et héréditaire (*Comtesse* 0,117 γ, *Chevalier* 0,343 γ, *Chevalier* III γ).

Nous avons noté, en outre, des fluctuations dans les dimensions du pédicelle (³).

4. Les plus sensibles sont les espèces élémentaires inermes et à poils longs, la descendance du type α ayant toujours donné des grains épineux et rarement à poils courts γ ou δ. Les sortes γ sont plus fixes, leur descen-

---

(¹) Séance du 26 décembre 1934.

(²) 30 000 grains examinés chaque année, un à un, à la loupe et au binoculaire obj. a 0, ocul. 4, grossissement 27. Les variétés examinées provenaient, à l'origine, de la Société d'Encouragement à la culture des orges de brasserie (Moravie, Gulkorn, Comtesse, Chevalier) de M. Blaringhem (sortes 601-313; 625 M 13; 635; 597 M 23) et de l'Institut de Svalof (Cou de Cygne, Princesse, Hannchen, Orge Primus).

(³) Em. Miège, *Assoc. franç. pour l'avanc. des Sc.*, Chambéry, 1933, p. 514-515.

dance restant en majorité γ, mais renfermant fréquemment des grains δ et des grains à poils plus longs. Les types β, bien que modifiés au début de leur introduction, recouvrent ordinairement leurs caractères primitifs et restent stables par la suite; enfin, les types δ, également affectés au premier acclimatement, donnent ultérieurement une majorité de lignées stables de même nature, tout au moins lorsqu'elle est d'origine pure δ. Par ordre décroissant de stabilité relative, on peut donc classer, comme suit, les espèces élémentaires = β, δ, γ, α d'*Hordeum distichum* L. Les orges polystiques et, en particulier, les escourgeons indigènes, généralement épineux (β), sont au contraire très fixes.

5. Bien que le climat soit vraisemblablement la cause des modifications constatées, les observations météorologiques ne permettent pas de discriminer l'influence propre des divers facteurs climatiques sur ces variations, que la chaleur et la sécheresse au moment de l'épiaison paraissent, toutefois, favoriser, surtout en ce qui concerne l'apparition des épines. L'altitude paraît favorable aux types inermes.

6. L'examen des tableaux généalogiques montre que la multiplication des épines a été surtout marquée sur le littoral (Rabat) et au cours des campagnes 1923, 1929 et plus encore 1927, tandis que les années 1928-1930, et surtout 1926, ont favorisé le maintien ou le retour des types inermes et cela avec des alternatives plus ou moins désordonnées.

7. Les caractères visibles sur les grains des espèces élémentaires d'*Hordeum distichum* (épines et nature des poils) — considérés jusqu'ici comme absolument héréditaires et constants — se sont donc révélés, dans une longue série d'essais, instables et variables. Cette rupture de la fixité d'attributs spécifiques n'entame pas, à notre avis, le dogme de l'immutabilité des espèces, et peut s'expliquer en admettant que les lignes étudiées — stables dans leur pays d'origine — étaient, en réalité, le produit d'hybrides anciens insoupçonnés [1] qui, sous l'influence d'un changement brusque de milieu et d'un climat nouveau et sévère, se sont disjoints. Cette ségrégation de « jordanons » obéirait, d'ailleurs, aux lois de l'hérédité naudinienne ou en mosaïque, car un même épi renferme, à la fois, des grains de plusieurs espèces élémentaires.

---

[1] Les hybridations spontanées et interspécifiques d'orge sont, du reste, relativement fréquentes ainsi que nous l'avons indiqué (MIÈGE et GRILLOT, *Bull. Soc. Sc. nat. du Maroc*, 13, nos 4-6, 30 juin 1933, p. 143-155).

PHARMACODYNAMIE. — *Action de la spartéine sur l'inversion des effets hypertenseurs de l'adrénaline par trois phénoxyéthylamines.* Note de M. **René Hazard**, présentée par M. A. Desgrez.

La spartéine, qui rétablit un certain degré d'hypertension adrénalinique chez l'animal d'abord soumis à l'action de l'yohimbine [1], exerce-t-elle les mêmes effets à l'égard des nombreux *adrénalinoverseurs* synthétiques [2] actuellement connus ?

La recherche a été faite sur trois phénoxyéthylamines [3] : Phénoxy-1-diméthylamino-2-éthane $C^6H^5—O—CH^2—CH^2—N(CH^3)^2$ ou 407 J. L., Bi (phénoxy-1-éthyl) amine $(C^6H^5O—CH^2—CH^2)^2NH$ ou 408 J. L., Phénoxy-1-diéthylamino-2-éthane $C^6H^5—O—CH^2—CH^2—N(C^2H^5)^2$ ou 413 J. L. ou 928 F.

Lorsque, chez l'animal d'abord soumis à l'action de ces corps, l'adrénaline abaisse la pression artérielle, la spartéine ($0^g,01$ à $0^g,02$ du sulfate par kilogramme) supprime toujours cette hypotension adrénalinique.

Avec ces doses ou des doses plus fortes de spartéine, l'hypertension adrénalinique reparaît avec une intensité variable suivant les produits et les animaux en expérience. Jamais elle ne retrouve sa valeur initiale comme intensité, quelles que soient les doses de spartéine injectées [4]; mais sa durée peut être beaucoup plus prolongée qu'au normal (*fig.* 1).

La vasoconstriction rénale adrénalinique, supprimée par les trois composés étudiés, reparaît, elle aussi, sous l'influence de la spartéine. Elle peut parfois redevenir assez intense pour retrouver en amplitude une valeur voisine de la normale, et dépasser celle-ci en durée.

---

(1) R. Hazard, *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 486. La spartéine n'est pas seule à exercer cet effet de *désinversion*. L'extrait posthypophysaire agit de même à l'égard de l'yohimbine (R. Hamet) et, pour certains auteurs, à l'égard des alcaloïdes de l'ergot (cf. R. Hamet, *C. R. Soc. Biol.*, **115**, 1934, p. 810); la nicotine à l'égard du F. 883 et du F. 933 (G. de Vleeschhouwer, *C. R. Soc. Biol.*, **115**, 1934, p. 1247); le gardénal à l'égard de l'yohimbine (G. Ungar, *C. R. Soc. Biol.*, **117**, 1934, p. 572). D'après des recherches en cours, l'éphédrine viendra se ranger aussi dans ce groupe des *désinverseurs*.

(2) Ces composés ont été préparés par E. Fourneau, D. Bovet et P. Maderni, *Arch. Int. de Pharm. et de Thér.*, **47**, II, 1934, p. 138, et par Jeanne Lévy et E. Ditz, *C. R. Soc. Biol.*, **116**, 1934, p. 842.

(3) Ces trois produits ont été mis à ma disposition par Mlle Jeanne Lévy.

(4) On note dans ce cas, comme dans celui de l'yohimbine, la grande tolérance des animaux à la spartéine.

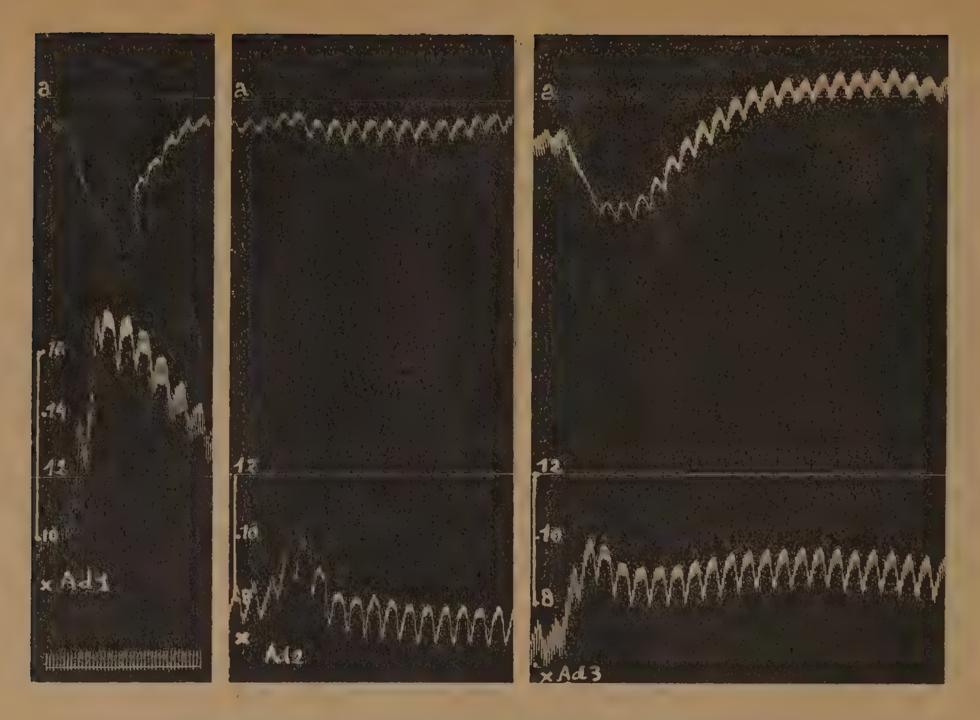


Fig. 1. — *Inversion par le 413; retour partiel sous l'influence de la spartéine des effets hypertenseurs de l'adrénaline.*

Chien ♀ 3kg,4, chloralosé; vagotomie double; respiration artificielle. En haut: tracé oncographique du rein, avec trait repère commun *a*. Au-dessous, pression carotidienne (en cm/Hg). En bas à gauche, les temps, en secondes. L'animal reçoit par la voie intraveineuse : en Ad 1, Ad 2 et Ad 3 1/100e de milligramme de chlorhydrate d'adrénaline en tout; entre Ad 1 et Ad 2 0g,04 de 413 par kilogramme; entre Ad 2 et Ad 3 0g,12 de sulfate de spartéine par kilogramme (tracé réduit de 1/5).

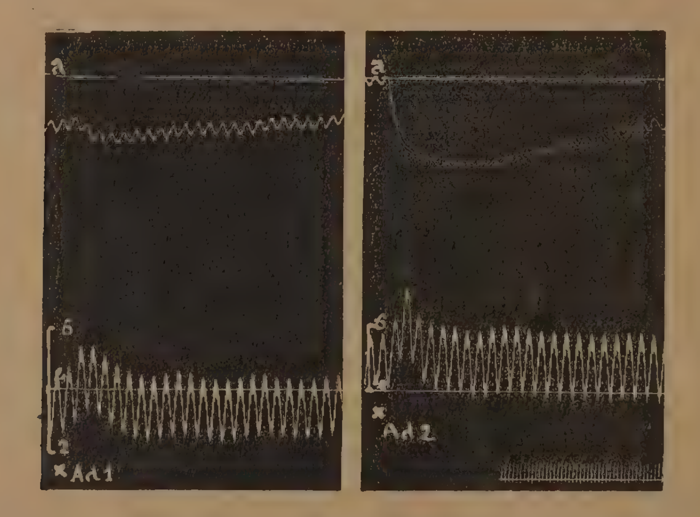


Fig. 2. — *Dissociation entre les effets vasoconstricteurs rénaux et hypertenseurs de l'adrénaline.*

Chien ♀ 7kg, chloralosé; vagotomie double; respiration artificielle. En haut, tracé oncographique du rein avec trait repère commun *a*. An-dessous, pression carotidienne (en cm/Hg). En bas à droite, les temps, en secondes. L'animal a reçu 0g,05 de 407 par kilogramme. On lui injecte : en Ad 1 et en Ad 2 3/100e milligramme de chlorhydrate d'adrénaline en tout; entre Ad 1 et Ad 2 0g,02 de sulfate de spartéine par kilogramme (voie intraveineuse) (tracé réduit de 1/5).

Elle annonce parfois le retour de l'hypertension avant que celle-ci commence à se manifester. On peut ainsi la voir (*fig.* 2) très marquée, alors que le tracé de la pression montre une hypertension à peine sensible, ou même une véritable hypotension (1).

La spartéine supprime donc l'inversion des effets hypertenseurs de l'adrénaline provoquée par trois phénoxyéthylamines, et ramène un degré plus ou moins marqué d'hypertension et de vasoconstriction rénale adrénaliniques.

EMBRYOGÉNIE. — *Les mitoses irrégulières des mérocytes vitellins au cours de l'embryogenèse des Sélaciens* (Scylliorhinus canicula *L. Gill*). Note (2) de M. **Paul Wintrebert**, présentée par M. Maurice Caullery.

Les noyaux ou mérocytes (Rückert) du syncytium vitellin des Sélaciens ont une double origine; ils dérivent, soit des spermies surnuméraires, soit, par l'intermédiaire des cellules profondes du blastodisque, du premier noyau de segmentation; dans le premier cas ils sont haploïdes et bientôt dégénérés; dans le second, ils sont diploïdes, manifestent une grande activité et colonisent le plancher syncytial de la cavité blastuléenne. Nous ne nous occuperons que de ces derniers.

Leur étude cytologique, négligée jusqu'ici, offre un intérêt considérable, tant au point de vue de leur participation à la naissance et au développement de l'embryon, qu'en ce qui concerne la mise à l'épreuve de la continuité génétique des chromosomes et des centrosomes. Les karyokinèses mérocytiques, défient, en effet, toute règle numérique et montrent, tout au moins sous le rapport de la quantité, un partage très inégal du stock chromatique entre les noyaux fils.

Les figures de mitoses pluripolaires des mérocytes ressemblent beaucoup à celles de certaines cellules cancéreuses; cette conformité d'allure dans des tissus aussi différents, l'un normal, l'autre pathologique, interdit qu'on les considère autrement que comme l'indication commune d'une suractivité

---

(1) Plusieurs paralysants synthétiques du sympathique dissocient également les effets de l'adrénaline sur la pression et sur le rein (cf. D. Bovet et A. Simon, *C. R. Soc. Biol.*, 116, 1934, p. 842).

(2) Séance du 26 décembre 1934.

centrosomique et nucléaire. Celle-ci n'entraine du reste de déviation de la mitose qu'à l'intérieur même du syncytium; dès qu'une cellule nucléée s'isole du plancher et émigre dans la cavité germinale, tout rentre dans l'ordre et ses mitoses ultérieures sont normales.

Le discrédit dans lequel est tombée actuellement l'étude des mérocytes tient à l'adoption prématurée de deux conceptions théoriques inexactes. La première méconnait l'existence prolongée de leurs divisions indirectes : « Il est probable, dit Brachet (¹), qu'ils continuent à se diviser, mais par amitose, le cytoplasme dans lequel ils sont contenus restant indivis ». L'autre exclut de leur intervention la construction embryonnaire et ne confère au syncytium que la fonction d'alimentation et de digestion. En réalité, comme je l'ai précédemment indiqué (²), l'embryon des Sélaciens tire de la cytulation du plancher vitellin la majeure partie de ses cellules. Une première et longue *phase constructive* précède donc la *phase nutritive* du sac vitellin; celle-ci, contemporaine de l'avènement de la circulation, ne commence qu'au stade K de Balfour.

Quelques rares mitoses mérocytiques sont bipolaires et normales; elles diffèrent cependant entre elles par la grandeur; le fuseau peut, en effet, mesurer de 15^{μ} à 55^{μ} d'un pôle à l'autre; les radiations astériennes des centrosomes sont très puissantes et viennent flanquer le fuseau, dont les filaments semblent formés de leur remcontre. Souvent, en télophase, des chromosomes, ou même de gros blocs chromatiques, restent en route et ne joignent pas les pôles. Des liens fusoriaux persistants réunissent souvent les noyaux fils nés de plusieurs mitoses successives et figurent des jambages compliqués. Les mitoses pluricentriques sont fréquentes; on compte 3, 4, 5 centres; entre eux, la chromatine, irrégulièrement fragmentée et non complètement résolue en chromosomes, se répartit d'une manière inégale et imparfaite.

Les noyaux au repos ont un aspect très différent, suivant qu'ils se trouvent loin ou près de la surface germinale du parablaste. En profondeur, les éléments chromatiques, dispersés de manière désordonnée et inégale à l'anaphase, se rassemblent à la télophase, à chacun des pôles, en une masse compacte, anguleuse, hérissée, dépourvue, semble-t-il, de membrane. On trouve, au contraire, près de la surface, des groupes de deux à

(¹) A. Brachet, *Traité d'embryologie des Vertébrés*, Paris, 1921, p. 87.
(²) P. Wintrebert, *Comptes rendus, Association Anatomistes*, Paris, 1921, p. 91.

onze noyaux, plus petits, gonflés, vésiculeux, de structure réticulée, de taille variable, pourvus d'une membrane très nette, soit arrondis et bien individualisés, soit boursouflés, polymorphes, étranglés; ils semblent correspondre chacun à une des parties chromatiques encore isolées des autres noyaux avant la télophase. Entre eux n'existe aucun lien fusorial et ils ne sont entourés d'aucune radiation astérienne. La mitose, ici, se terminerait donc, à chaque pôle, non par un noyau mais par une fusée de petits noyaux-fils.

Par la cytulation du plancher vitellin, toute cellule née du syncytium emporte un et parfois deux de ces noyaux; il ne s'agit nullement d'une division, mais d'un véritable enlèvement. La cellule libérée, de taille variable, se divise rapidement, surtout si elle est volumineuse, par une mitose régulière et, si elle contient deux noyaux, ceux-ci fusionnent, comme dans la copulation des pronuclei, au cours de la prophase.

Les mitoses mérocytiques restent synchrones au cours de l'édification embryonnaire, comme aux premiers temps de la segmentation (J. Rückert) ([1]); elles révèlent ainsi une modification cyclique du plasma syncytial, qui provoque peut-être et propage sûrement l'implusion divisionnelle.

Les cellules, issues du syncytium, naissent en ordre dispersé, émigrent en tous lieux et participent à la formation de tous les feuillets. Il ne semble pas, en raison de leur isolement, qu'elles puissent posséder une action somatique organisatrice ([2]); leur destinée somatique ne peut être prévue qu'en fonction du lieu de leur incorporation et des influences qu'elles y reçoivent. La question de leur participation au germen doit être réservée.

([1]) *Die erste Entwicklung der Eier der Elasmobranchier* (*Festschrift für Carl v. Kupffer*, Jena, 1899, p. 501-704).

([2]) P. Wintrebert, *C. R. Soc. Biol. Paris*, **116**, 1934, p. 694.

PHYSICOCHIMIE BIOLOGIQUE. — *Étude de quelques protéines en solution aqueuse.* Note de MM. **Maurice Piettre**, **Augustin Boutaric** et Mme **Madeleine Roy**, présentée par M. Ch. Achard.

L'un [1] de nous ayant séparé diverses protéines de quelques liquides humoraux par la méthode de l'acétone à froid, nous avons étudié ces protéines en déterminant la masse d'un corps adsorbant (charbon animal pour analyse, exempt de cendres, des Établissements Merck), qui, agité avec la solution de la protéine à étudier, l'adsorbe totalement, en sorte qu'après un temps de repos suffisant, la solution possède une tension superficielle statique égale à celle de l'eau pure [2].

Dans ces conditions, la surface totale des particules du corps adsorbant peut être considérée comme proportionnelle à la surface suivant laquelle se fixent sur ces particules les molécules de la substance dissoute et fournit une évaluation relative de cette surface de contact. Si les molécules en chaîne de la substance dissoute se polymérisent par un processus qui augmente leur longueur, comme les molécules se fixent sur le corps adsorbant par l'une des extrémités de leur chaîne, on conçoit que la polymérisation se traduira par une diminution de la masse a du corps adsorbant nécessaire pour fixer, dans les mêmes conditions, la même quantité de substance dissoute.

Les expériences ont ainsi porté sur :

1° la sérum-albumine de bœuf et de génisse;

2° la lactalbumine;

3° la ricine;

4° la myoalbumine extraite par l'action combinée des basses températures et de l'acétone à froid du suc musculaire obtenu par broyage et pression du muscle de veau;

5° l'ovalbumine extraite du blanc d'œuf par l'acétone à froid, après élimination des autres protides au moyen de congélations successives ou de saturation par l'éther à froid;

---

(1) Maurice Piettre et A. Vila, *Comptes rendus*, 171, 1920, p. 371; Piettre, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 91 et 383; 181, 1925, p. 737; 198, 1934, p. 1454 et 1551; 199, 1934, p. 311.

(2) A. Boutaric, *Protoplasma*, 18, 1933, p. 294.

6° la myxoprotéine provenant de sérum de bœuf (étudiée dans une solution de NaCl à 8g,5 par litre);

7° une albumine provenant de la cellule mammaire en activité trophique (sécrétion chez les femelles adultes, entre deux périodes de lactation);

8° une albumine extraite de cellules hépatiques par éclatement de ces cellules à l'aide d'un moyen mécanique antérieurement décrit et combiné à l'action des basses températures. L'éclatement est déterminé par le passage sous pression de la pulpe d'organe diluée de son poids d'eau à travers des filières extrêmement fines, les projections étant reçues sur une plaque d'acier inoxydable parfaitement polie et refroidie aux environs de — 30°. Dans ces conditions les cellules hépatiques se disloquent avec libération de leurs protéines que l'on sépare par une série de congélations suivies de centrifugation et de traitement à l'acétone. C'est sur la faible fraction soluble à laquelle on aboutit ainsi, ayant les caractères d'une albumine, qu'ont porté les mesures.

Le tableau suivant donne les masses de charbon a permettant d'adsorber 1^{mg} des divers protéides dans 15^{cm^3} de solution à $0^g,025$ pour 100^{cm^3}; les protéines ont été classées dans l'ordre décroissant des valeurs de a, c'est-à-dire dans l'ordre croissant des degrés de polymérisation de leurs molécules.

Protéides.	a.
Sérum-albumine (bœuf)	81,1
Lactalbumine	78
Sérum-albumine (génisse)	76,5
Albumine mammaire (activité cellulaire trophique)	74,6
Myoalbumine	62,6
Albumine hépatique	57,5
Myxoprotéine de bœuf	40
Ovalbumine	38,6
Ricine	26,2

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Étude comparative de l'action des ions hydrogène et de la thrombase sur la gélification du fibrinogène.* Note de M. **Georges Crut**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Divers auteurs ont indiqué qu'il était possible de coaguler le fibrinogène non par la thrombase mais par une acidité convenable de la liqueur ([1]).

([1]) *Comptes rendus*, 158, 1914, p. 637; M. Piettre et Vila, *Zeit. Phys. Chem.*, 19, 1894, p. 289.

Or, d'une part, ces conditions optima d'acidité n'ont pas été exactement déterminées et, d'autre part, les résultats obtenus n'ont pas été comparés à ceux provenant de l'addition préalable de thrombase à la même liqueur.

Pour éclaircir ce point, une solution fraîche de fibrinogène a été préparée suivant la méthode d'Hammarsten et une thrombase active d'après celle d'Howell ([1]).

La méthode expérimentale employée fut celle de Michaélis, qui consiste à ajouter le fibrinogène avec ou sans thrombase à une série de tubes tampons à pH très variés ([2]), et à examiner s'il y a coagulation ou non de cette matière protéidique.

On constate, d'après cela, que pour une acidité allant du pH 1 au pH 2,6 il y a une certaine dissolution du fibrinogène. Au-dessus du pH 2,6, on constate l'apparition d'un louche, pour une acidité plus faible il y a un précipité qui est maxima pour un pH voisin de 4,4 à 4,6; si l'acidité diminue encore la précipitation s'atténue et pour un pH 6 la solution reste claire. En aucun cas on n'assiste à la gélification de la solution de fibrinogène et en présence de thrombase les résultats restent identiquement les mêmes. De plus, on constate que les solutions tampons exercent, mais en plus faible, la même action précipitante sur la thrombase que sur le fibrinogène.

Remarque. — Par addition très lente du fibrinogène aux solutions tampons dont le pH est 3 ou 4, il se forme une membrane blanche adhérente aux parois du tube et qui, entourant le liquide, donne tout à fait l'aspect d'une prise de masse. Mais la moindre secousse fait rassembler cette membrane sous forme d'un filament qui s'agglomère à la surface de la solution. On peut alors retourner le tube, le liquide ne s'écoule pas, mais si l'on vient à provoquer la rupture de ce bouchon, le liquide s'échappe. La production de ce précipité n'a rien de comparable à la gélification lente et progressive du liquide par la thrombase à des pH supérieurs à 5,9.

([1]) Mittelbach, *Am. J. Phys.*, 32, 1913, p. 264.
([2]) Échelles tampons de Clark et Lubs.

Zone d'action de la thrombase sur la gélification du fibrinogène.

pH.	Tampons 5^{cm^3} + sol fibrinogène.	Tampons 5^{cm^3} + *Thrombase* $1/4^{cm^3}$.	Tampons 5^{cm^3} + *Thrombase*. Sol fibrinogène $0^{cm^3},5$.	pH.	Temps de gélification.
6,0				6,0	indéfini
6,2				6,2	18 h.
6,4				6,4	3 h. 30
6,6				6,6	2 h. 40
6,8				6,8	2 h. 20
7,0				7,0	
...	Solution restant claire même après 60 heures	Solution claire	Gélification complète	...	gélification complète en 30 min.
8,0				8,0	
8,2				8,2	1 h. 20
8,6				8,6	2 h. 30
9,0				9,0	2 h. 40
9,4				9,4	3 h. 30
10,0				10,0	5 h.

Aucune gélification ne prend naissance dans les tubes à fibrinogène seul, dont le pH varie de 6 à 10; par contre ceux qui ont été préalablement additionnés de thrombase présentent une zone de gélification optima pour un pH allant de 7 à 8, c'est-à-dire dans *une zone voisine de la neutralité*. En dehors de celle-ci la vitesse de gélification par la thrombase va en diminuant, tant du côté acide où elle s'arrête pour pH 6 que du côté alcalin où toutefois elle décroît moins vite puisque pour pH 10, elle est encore notable, ce qui laisse à supposer que son action doit encore se poursuivre au delà. Conformément aux observations de S. Hirose [1] une fibrinolyse succède à la gélification du fibrinogène, elle a lieu tout d'abord dans les tubes où la gélification a été la plus rapide du pH 7 à 8,2, puis elle s'étend par la suite jusqu'à pH 6,2 d'un côté et pH 10 de l'autre.

En résumé, les tubes les premiers gélifiés subissent les premiers la fibrinolyse, alors que la gélification est encore en cours pour les autres pH.

La zone d'action de la gélification du fibrinogène par la thrombase peut difficilement s'interpréter avec la théorie schématique de la coagulation chimique du sang exprimée par Wadsworth [2] et ses collaborateurs. Ces

(1) *Am. J. Phys.*, 107, 1934, p. 693.
(2) *Am. J. Phys.*, 80, 1927, p. 502; 91, 1930, p. 423.

auteurs indiquent qu'une réaction légèrement acide du milieu est nécessaire pour l'action avec la chaux de la céphaline ou de son produit d'hydrolyse (*loc. cit.*) sur les protéides du sang avec leur coagulation. Or, on voit ici que l'action de la thrombase est tout autre puisqu'elle s'effectue au contraire le plus rapidement dans la zone neutre ou alcaline.

La nature de la thrombase paraît plus conforme à l'hypothèse émise par Mills et Mathews (¹) qui supposent un protéide unie à de la céphaline ou tout au moins activée par celle-ci dans la transformation de la prothrombase en thrombase, d'après Howell et Emm. Holt (²).

En résumé, l'effet de la thrombase sur le fibrinogène avec formation de fibrine n'est pas du tout comparable à l'action des acides sur ce protéide puisqu'elle précède dans l'échelle des pH l'action de ces derniers. De plus, le phénomène de gélification par la thrombase est toujours suivi d'un phénomène de fibrinolyse. Enfin, la vitesse maxima de gélification par la thrombase a lieu dans une zone du pH variant de 7 à 8, c'est-à-dire dans une zone voisine des pH extrêmes du sang compatible avec la vie, la thrombase étant avant tout un facteur biologique spécialement adapté à la coagulation du sang chez les êtres vivants supérieurs.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Modifications sanguines chez des cancéreux traités par le venin de serpent.* Note de MM. **J. Vellard** et **M. Miguelote-Vianna**, présentée par M. M. Caullery.

L'emploi du venin de serpent dans le traitement des algies pose des problèmes sur lesquels il est nécessaire d'appeler l'attention. L'action du venin est complexe. On connaît, mal du reste, l'effet des doses massives; on ne connaît pas celui des petites doses répétées, qui ne sont pas sans danger et des accidents sérieux se sont déjà produits.

Orientés par des expériences antérieures sur des animaux, nous avons observé les modifications sanguines chez des cancéreux traités par le venin. Nous ne parlerons pas, pour le moment, des effets du venin sur les tumeurs et l'état général des patients. Nous avons choisi le venin peu toxique de *Lachesis atrox*. Signalons un fait important : la dose mortelle limite de ce

---

(¹) *Arch. Int. de Phys.*, 24, 1924-1925, p. 73.
(²) *Am. J. Phys.*, 47, 1918-1919, p. 328.

venin par voie intramusculaire est de 4^{mg} pour le rat normal et de $1^{mg},5$ pour le rat cancéreux. Chaque malade a reçu deux séries de dix injections sous-cutanées, chaque série allant de $0^{mg},1$ à $1^{mg},0$, à raison de trois injections par semaine. Les divers examens étaient faits chaque semaine, 24 heures après la troisième injection. Dans la première série, chaque dose de venin était additionnée de 1^{cm^3} de sérum anti-*Lachesis atrox* (mélange 30 minutes avant l'injection); dans la deuxième série le volume de sérum était réduit à $0^{cc},5$. Une malade a reçu de plus huit injections de venin pour ($0^{mg},1$ à $0^{mg},4$). Le sérum avait été préparé spécialement chez le mouton, avec du venin chauffé, de façon à neutraliser l'action toxique générale du venin, tout en respectant son action protéolytique; 1^{cm^3} protégeait le pigeon contre $0^{mg},8$ par voie vieneuse, mais son action antiprotéolytique était nulle.

Le premier sujet, une femme de 63 ans, en état de cachexie, atteinte depuis 4 ans d'un épithéliome ulcéré de la face ayant rongé les lèvres et le nez, a montré, après les trois premières injections, une baisse des globules rouges de 4400000 à 3136000; la courbe s'est maintenue ensuite au voisinage de 3000000 jusqu'à la fin de la série; nouvelle chute à 1768000 au début de la deuxième série, pour se relever après à 2832000; nouvelle chute à la troisième série (venin pur), obligeant à suspendre le traitement. L'hémoglobine a peu varié. Le pouvoir hémolytique du sérum, augmenté après chaque injection en raison directe de la dose de venin, tombait ensuite de plus en plus bas.

La courbe des leucocytes a suivi dans l'ensemble celle des globules rouges; chute au début de chaque série, puis hausse légère, inférieure au chiffre initial. Comme chez le chien, la courbe des polynucléaires neutrophiles a été presque parallèle à la courbe générale des leucocytes, montrant une lyse intense suivie de l'apparition de formes jeunes; les polynucléaires acidophiles et les monocytes ont presque disparu; les lymphocytes ont peu varié. Les modifications de la coagulation ont été grandes : à chaque série, diminution très accentuée de la coagulabilité des plasmas (fibrinogène), sans grande variation des antithrombines, et forte élévation des propriétés coagulantes du sérum, ayant amené l'arrêt des hémorragies tumorales auparavant fréquentes; ainsi s'expliquent les thromboses signalées chez quelques malades traités par le venin.

Un autre sujet, homme de 45 ans, robuste, atteint depuis un an de lymphosarcome (diagn. histologique), sans leucémie (8400 globules blancs), avec lymphocytose (4452 lymph., 53 pour 100), a réagi différemment. Au début de chaque série, diminution modérée des globules rouges, suivie d'élévation dépassant de 1000000 le chiffre initial après la deuxième injection, sans grande variation de l'hémoglobine; le pouvoir hémolytique du sérum, d'abord exalté, est devenu nul. La réaction leucocytaire a été intense : dès le début, forte augmentation de la lymphocytose (8370 lymph., 67,5 pour 100), revenant à sa valeur primitive à la fin de la première série; nouvelle poussée pendant la deuxième série, obligeant à interrompre le traitement nettement

nuisible au malade. Les polynucléaires neutrophiles ont souffert une lyse intense, à peu près compensée par l'apparition de formes jeunes; les polynucléaires acidophiles et les monocytes ont presque disparu. La diminution du fibrinogène a été moins prolongée que chez le premier sujet; élévation persistante du pouvoir coagulant du sérum.

En résumé : lyse intense des globules rouges et des globules blancs, compensée ou non suivant les cas; diminution du fibrinogène et du complément; élévation constante du pouvoir coagulant du sérum; il faut ajouter quelques troubles hépatiques et rénaux. Ces résultats montrent, d'une part l'action profonde des petites doses répétées de venin chez les cancéreux et, d'autre part, des réactions très variables suivant l'état général des malades et la nature des tumeurs. Notre but n'est pas de condamner l'emploi du venin de serpent (ceci dépend de l'opinion des cliniciens, en présence des bénéfices qu'ils en espèrent), mais de signaler quelques-uns des accidents pouvant survenir et la nécessité de surveiller attentivement les malades en traitement.

La séance est levée à 15h50m.

E. P.

ERRATA.

—

(Séance du 26 décembre 1934.)

Note de M. *N. Aronszajn*, Sur les séries de Dirichlet à exposants linéairement indépendants :

Page 1565, ligne 13, *au lieu de* min. $|\nu_m|$, *lire* min. $|\nu_m - a_0|$.